



## کتاب پیژندنه

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| د کتاب نوم:                      | احصائیه او احتمالات   |
| ځانگه:                           | بانکداری، محاسبه او د تجارت اقتصاد  |
| مولف:                            | نورالله ابراهیمی او میر محمد شاه رفیعی  |
| ژباړن:                           | نورالله عماد  |
| د څار کمېټه:                     | محمد آصف ننگ د تخنیکي او مسلکي زده کړو معین<br>دپیلوم انجنیر عبدالله کوزایي د تعلیمي نصاب رییس<br>محمد اشرف وحدت په تعلیمي نصاب کې د معینیت د مقام سلاکار |
| د تصحیح کمېټه:                   | محمد احسان<br>• محیم نسیم پسرلی   |
| د کرافیک او ډیزاین څانګې مسئول : | محمد جان علیرضایی   |
| کرافیک او ډیزاین:                | محمد سلیم خان   |
| چاپ کال:                         | ۱۳۹۲ لمريز کال  |
| تیراژ:                           | ۳۰۰۰  |
| چاپ ځل:                          | لومړی   |
| وېب پاڼه:                        | www.dmtvet.gov.af   |
| برېښنالیک:                       | info@dmtvet.gov.af  |
| کد ISBN:                         | ۹۷۸۹۹۳۶۳۰۰۶۴۴   |

د چاپ حق د تخنیکي او مسلکي زده کړو له معینیت سره خوندي دی



## ملي سرود

دا وطن افغانستان دی  
کور د سولې کور د تورې  
دا وطن د ټولو کور دی  
د پښتون او هزاره وو  
ور سره عرب، گوجر دي  
براهوي دي، قزلباش دي  
دا هیواد به تل څلیږي  
په سینه کې د آسیا به  
نوم د حق مو دی رهبر  
دا عزت د هر افغان دی  
هر بچی یې قهرمان دی  
د بلوڅو د ازبکو  
د ترکمنو د تاجکو  
پامیریان، نورستانیان  
هم ایماق، هم پشه یان  
لکه لمر پر شنه آسمان  
لکه زړه وي جاوېدان  
وايو الله اکبر وایو الله اکبر



## د پوهنې وزیر پیغام

### گرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو ښوونکو!

د یوې ټولنې وده او پرمختګ کاملاً د همغږۍ ټولنې د پیاوړو کاري کادرونو، بشري قوې او ماهرو فکرونو په کار او زیار پورې تړلي دي. همدا بشري قوه او کاري مټې دي چې د هیواد انکشافی اهدافو ته د رسیدو لارې چارې طی کوي او د یوه نیکمرغه، مرفه او ودان افغانستان راتلونکی تضمینوي. انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبه او هم د خپل انساني فطرت له اړخه مؤظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د یوه سوکاله ژوند د اسبابو او ایجاباتو د تکمیل لپاره خپل اغیزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کړي.

له همدې ځایه ده چې د یوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپیریال او خپلې اړوندې ټولنې په اړه، تل مطلوب او په هیڅ حالت کې نه نفی کېږي او نه هم منقطع کېږي. په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت مسوولیت او مکلفیت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همداراز معقولو او مشروعو قوانینو ته په ژمنتیا سره، د افغانستان په انکشاف کې فعاله، چاپکې او موثره ونډه واخلي، ځکه دغه ستر او سپیڅلي هدف ته د رسیدو په خاطر د انساني ظرفیت وده، د حرفوي، مسلکي او تخنیکي کادرونو روزنه او پراختیا یو اړین مقصد دی. همدا په تخنیکي او مسلکي زده کړو مزین تنګي ځوانان کولی شي چې په خپلې حرفې او هنر سره په سیستماتیک ډول د هیواد انکشاف محقق او میسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند تک لاره، دولتداري او ټولنیز نظام د اسلام له سپیڅلو احکامو څخه الهام اخیستی، نو لازمه ده چې زموږ د ټولنې لپاره هر ډول پرمختګ او ترقي باید په علمي معیارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زموږ د کارګر نسل مادي او معنوي ودې ته پکې لومړیتوب ورکړ شي. د حرفوي ظرفیت جوړونې تر څنګ د ځوانانو سالم تربیت او په سوچه اسلامي روحيې د هغوی پالنه نه یوازې پخپل ذات کې یوه اساسي وجیبه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زموږ وطن پخپلو پښو ودروي، له ضعف څخه یې وژغوري او د نورو له سیاسي او اقتصادي احتیاج څخه یې آزاد کړي.

زموږ گران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربیون باید په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نیکمرغه افغانستان ارمان، یوازې او یوازې د دوی په پیاوړو مټو، وینښ احساس او نه ستړي کیدونکي جد او جهد کې نغښتی او د همدغو مسلکي او تخنیکي زده کړو له امله کیدای شي په ډیرو برخو کې د افغانستان انکشافی اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له ټولو لیکوالانو، مولفینو، ژباړونکو، سمونکو او تدقیق کوونکو څخه د امتنان تر څنګ، په دې بهیر کې د ټولو کورنیو او بهرنیو همکارانو له مؤثرې ونډې او مرستو څخه د زړه له کومي مننه کوم. له درنو او پیاوړو استادانو څخه رجمندانه هیله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدریس او فعاله تدریب سره دې د زړه په ټول خلوص، صمیمي هڅو او وجداني پیکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي. د نیکمرغه، مرفه، پرمختللي او ویاړمن افغانستان په هیله

### فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

# لړلیک

| پاڼې  | سرلیکونه                                  | څپرکی |
|-------|---|-------|
| ۸-۱   | د احصایې عمومي تیوري                      | لومړی |
| ۲۲-۹  | احصایوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه         | دویم  |
| ۵۴-۲۳ | د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع) | درېیم |
| ۶۲-۵۵ | د خورېدو (پراکندگۍ) مقیاسونه              | څلورم |

## دویم برخه

|       |                                       |       |
|-------|---------------------------------------|-------|
| ۶۴-۶۳ | د احتمالاتو تیوري                     |       |
| ۷۴-۶۵ | د احتمالاتو مفاهیم                    | لومړی |
| ۸۸-۷۵ | د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد       | دویم  |
| ۹۶-۸۸ | د ترکیباتو تیوري                      | درېیم |
| ۹۷    | سرچینې او اخیستنې                     |       |
| ۹۹    | د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام |       |

## سريزه

احصائيه له ټولو حياتي مسايلو سره سر او کار لري، نه يواځې د احصايې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنيکونو کې ډير زيات اهميت لري، بلکې اغيزناک اقدامات د ټولنيزو او اقتصادي سياستونو د طرح او تطبيق په اړوند او د اقتصادي مسايلو او مشخصاتو سنجش او ارزونه ټول په احصايوي موثقي معلوماتو او د شميرو(اعدادو) په علمي تحليل او ارزونې او راتولونې باندې متکي دي. احصايه د ناپيژندل شوو څيزونو لپاره يوه وسيله ده چې موږ به يې په لومړيو برخو کې ووينو چې هريو له دغو توضيحاتو څخه په درک او فهم کې هغه څه چې احصايه ده اتلاق کيدای شي.

احصايه له ډيرې زياتې پخوا مودې نه را په دې خوا د يو دسپلين په توگه د بيلابيلو هيوادونو د لوړو زدکړو موسساتو په زياتره دپارتمنتونو کې تدريس کيږي.

د دې کتاب محتوا په عمومي توگه دوه برخې لري د تشریحي احصايې اخيستنه چې د گرافيکي او عددي لنډو معلوماتو په برابرولو او پراختيا باندې چې يو شمير تجارتي پديدې تشریح کوي متمرکز ده. او دويم استنباطي احصايه چې دا خلاصه شوي عددي معلومات د ارزياوې لپاره د تجارتي تصميم نيونې په پروسه کې د استفادې وړ گرځوي. د مضمون عمده برخه استنباطي احصايه جوړوي او په دې ترتيب موږ غواړو تر څو وښيو چې څرنگه تاسې کولای شئ له احصايې څخه د ارقامو د تعبير او بدلون لپاره استفاده کوئ او هغوی په تصميم نيونه کې په کار واچوئ څرنگه چې د احصايې د علم بنسټ تصميم نيونه جوړوي او يوه منطقي او علمي تصميم ته رسيدل د پيژندل شوو حقايقو د ځايونو په رڼا کې شايد چې مغلق شمير نه وي خو که چيرې دقيق او موثقي معلومات ميسر نه شي زموږ تصميم نيونکي وگړي به د تيرو وگړو تجربو او يا په موسسو تکيه وکړي البته په داسې ځايونو کې د هغو پایلو دقت او مؤثريت چې په لاس راځي په پوره اندازې سره د قناعت وړ نه ده، بلکې يواځې د يوې احتمالي ټاکلې فيصدۍ ډاډ يا اطمینان به پيدا شي. زياتره مشغوليتونه د دولت په دستگاه کې او مشغوليتونه په نورو ساحو کې له تاسو څخه غواړي تر څو د راتولو شوو اطلاعاتو پر پايه تصميم ونيسئ، ځکه په دغو ميتودونو پوهيدل (احصايوي ميتودونه) علمي مزايایو او د اهميت وړ په کار اچونه هغوی ته وړاندې کوئ.

په درناوي

نور الله ابراهيمي

## د کتاب ټوليزه موخه:

د احصايې عمومي تيوري، عمليو، تحقيقاتي پړاوونو دپنښېدو د تکرار  
توزیع او د خپریدو مقایسونو پیژندل، همدارنگه د احتمالاتو له تیورۍ،  
مفاهیمو، قواعدو او د ترکیباتو له تیورۍ سره یې بلدتیا.

## د احصائې عمومي تيوري

### ټوليزه موخه:

د کارکوونکو د علمي تحقيقاتو په غرض د کار وړ اطلاعاتو د مجموعې لاسته راوړل

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې به محصلين وکولای شي چې:

- د احصايې د علم د بشپړتيا تاريخ توضيح کړي.
- د احصايې د علم بنسټيز مفاهيم توضيح کړي.
- د احصايې له علم څخه د استفادې ځايونه تشریح کړي.

### د احصايې عمومي تيوري

احصايه او د هغه مفاهيم: احصايه يوه عربي کلمه ده، چې د هغې لغوي معنا په دري کې (آمار) او د حياتي مسايلو شمېرل، آمار نيول او کله هم (شمېرل) دي او په پښتو کې هغې ته (شمېر) او (شمېرل) وايي. په آلماني کې د (Statistik) کلمه او په انگليسي کې د (Statisties) کلمه د احصايې معنا افاده کوي.

د اقتصاد د پوهانو او د احصايې د صاحب نظرانو په عقیده د (Statisties) يا احصايې کلمه د (Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده، چې له هغې څخه د قانوني موقف قانوني وضعيت استنتاج کېږي. سربيره پر دې له نوموړې کلمې څخه د حکومت لگښتونه او د وضعيت حالت هم راوځي. د (Status) د کلمې علمي تعبير د سياست والو او دولت د اړتيا وړ پر ټولو ارقامو او معلوماتو باندې پايلی ته رسېږي يانتي چې ته رسېږي. د احصايې د علم په اړه بېلابېل تعريفونه ورکړل شوي دي چې ځينې له هغوی څخه

محدود مفاهیم او ځینې نور پراخ مفاهیم لري. چې یوه یې د ارقامو علم او بل هغه یې د پرمختیا او پراختیا په لور د یوې ټولنې د خصوصیاتو د ساخت او بافت د مطالعې وسیله ښودلې ده. د احصایې د علم د مفهوم په اړه باید ووايو چې دا اصطلاح د مهارتونو کچه یا میزان د نفوسو د سر شمیرنې په چوکاټ کې د بیکارۍ ارقام یا د حقایقو عددي تعریفات (چې په احصایه کې پېښېږي) ذهن ته راگرځوي یا په ساده توګه د یوه مضمون یو مکلفیت دی چې تاسې باید هغه بشپړ کړئ.

احصایه یو ګټور او موخه لرونکی علم دی چې له هغې څخه د ګټه اخیستلو پراخه حوزه د دولتي فعالیتونو په تجارت، پلان جوړونې او همدارنګه د هغې په کار اچونه په طبیعي او ټولنیزو علومو کې څه ناڅه نامحدوده ده. باید یادونه وشي په هغه صورت کې چې احصایوي ارقام په غلطه توګه وکارول شي، کیدای شي دروغجنه یا کاذبه پایله ولري. په ۱۷ او ۱۸ مه میلادي پېړۍ کې زیاتره پوهانو او لیکوالانو احصایې ته یې د پېژندنې لومړني موضوعات او سیاست له علم سره نږدې تړاو ورکړی دی یعنې هغه یې د هغه علم په توګه چې د موجوده زمانې لومړي اساسي نظم او ترتیبات زده کوي معرفي کړ. وروسته د احصایې په نړیوال کنفرانس کې چې یوه پېړۍ وړاندې د هالنډ په پلازمینه کې جوړ شوی و، له آلمان څخه د انګل په نوم یو پوهاند چې د کانګرس له ګډون کوونکو څخه و په ډاګه کړ چې د احصایې د کلمې لپاره یوسل او اته ۱۰۸ بیل تعریفونه شتون لري. همدارنګه په ۱۸۸۰ میلادي کال کې د لندن د احصایې د ټولنې رییس وړاندیز وکړ، تر څو لاندینی تعریف د احصایې لپاره د منلو وړ وګرځي. احصایه له هغه علم څخه عبارت ده چې د بشري ټولنې جوړښت تر مطالعې لاندې نیسي. پورتنیو تشریحاتو ته په پام سره احصایه د هغه د پراخه او علمي مفهوم په توګه داسې تعریف کېږي.

احصایه له علم او د علمي لارو له مجموعې څخه عبارت ده، پدې غرض:

الف- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه، لنډیز او ترتیبول.

ب- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) وړاندې کول.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو مطالعه او څیړنه(تحقیق).

د- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو نتیجه ګیري، تفسیر او تعبیر.

ه- د تحلیل شوو شمېرو(اعدادو) او معلوماتو په نظر د تفاهیمو لاسته راوړنه.



په بل عبارت احصايه د علم يا د علمي ميتودونو له مجموعې څخه عبارت ده، چې د معلوماتو او شمېرو د انسجام، څرگندولو او تحليل په غرض، د استنتاج او تصميم نيونې په يوه يا څو ځايونو کې د تحليل شوو معلوماتو او شمېرو (اعدادو) د نظرياتو په اړه راټولېږي.

### د احصايې سير او تکامل ته لنډه کتنه

په لرغونو ټولنو کې احصايه د نفوسو د شميرلو په مقصد، د مکلفيت د تعميل او د مالياتو د ورکړې يا د وگړو د عسکري خدمتي دورې د سرته رسولو لپاره کارول شوې ده. داريوش د مالياتو د راټولونې او د کادستر د جوړونې لپاره يو شمېر وگړي وگمارل. يوناني اسکندر احصايه د اهميت وړ بلله. امپراتور اگوست د لومړي ځل لپاره د خپلې امپراتورۍ د شتمنۍ بيلانس جوړ کړ، وروسته يې له مخې خپل پوځيان او کښتۍ وشميرلې. همدارنگه مصريانو، روميانو او داسې نورو په بيلابيلو ځايونو کې له احصايې څخه استفاده کړې. د بيلگې په ډول د عدد سنجش د اوسط له قواعدو څخه په استفادې او د وسطي حد سنجش د لرغوني يونان د پيژندل شوي رياضي دان فيثاغورث په زمانه کې ترسره شوي دي. په ځينو آثارو کې د احصايوي سروې گانو له عملياتو څخه د بابليانو د مدنيت په زمانه کې يادونه شوې ده: کله چې د ټولنيز ژوند اوضاع کړکيچنه شوه، د هغوی د اقوالو، بيانونو او استنباط د پايلو د ثقه والي لپاره د يوه کل عدد او رقم د څرگندولو په بڼه زياتو غوښتنو پراختيا وموندله.

که څه هم د علم له پراختيا سره د احصايې علمي بڼه له اتلسمې ميلادي پيړۍ څخه پيل کېږي. خو ريښتيني انکشاف په هغه کې له شپاړسمې ميلادي پيړۍ څخه را په دېخوا پيل شو، او لگښتونه په ريښتيني انکشاف کې هغه مهال دي چې د لويديځو اروپايي هيوادونو بيلابيل حکومتونو د خپلو ښاريانو د وگړو په اړه د معلوماتو راټولولو ته لېوال شول. د احصايې ثبت او فيات په انگلستان کې په ۱۵۳۲ ميلادي کال کې ترسره شوي او په هغه پسې په فرانسه کې يې رواج پيدا کړی دی.

په سويډن کې د نفوس د احصايې نيونې نسبتاً عصري بڼه په کال ۱۷۸۴ ميلادي کې پيل شوه. د احصايې د علم د ودې او پراختيا په برخه کې ډيرو پوهانو او علماوو گټور کارونه کړي دي چې د هغوی له جملې ادلف کويت لت (۱۷۹۶-۱۸۷۴) يو تن بلژيکي عالم لومړنی احصايه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه يې احصايوي نوي اصول په کار واچول. بايد يادونه وشي چې په ځينو شخصي آثارو کې يې کويت لت ته د نوې احصايې د

علم د پلار خطاب کړی دی هغه د یوه احصایوي مرکزي کمیسیون بنسټ کینود چې په تدریج سره د یوه نمونه یي سازمان په توګه د زیاترو هېوادونو د احصایوي تاسیساتو د منځ ته راتلو لپاره د استفادې وړ وګرځېد.

برنولي (۱۷۰۰ - ۱۷۸۲) میلادي او لاپلاس هم د احصایې د علمي قوانینو له موسسینو څخه ګڼل کېږي چې د احتمالاتو سنجش او ریاضي ګډون په احصایه کې د نیونې لارې او د اندازه نیونې دقیق روشونه یې را مخ ته کړي دي.

په وروستیو کلونو کې احصایه د یوه دسپلین په بڼه منځ ته راغله او په زیاتره نظري او علمي څانګوکې یې ډېر زیات ارزښت لاسته راوړی دی. د دې پیړۍ په نیمایي کې د احصایې کورسونه په ترتیب سره د روحیاتو، ښوونې او روزنې او اقتصاد په دیپارټمنټونو کې او اوس د بیلابیلو هېوادونو د پوهنتونونو په زیاتره دیپارټمنټونو کې د هغه تدریس د یو اساسي مضمون په توګه ترسره کېږي، او په وروستیو کلونو کې د وخت له غوښتنو سره سم او احصایوي پرسونل ته په اړتیا سره د احصایوي مضامینو او اقتصادي ریاضیاتو په شمېر کې زیاتوالی راغی او د ۱۳۵۴ هـ ش کال له پیل څخه را په دېخوا احصایوي رشتوي مضامین او د احصایې او اکنومټري دیپارټمنټونه کابل پوهنتون د اقتصاد پوهنځي په چوکاټ کې منځ ته راغلي دي.

له احصایې څخه ډګټې اخستنې موارد، په ټولنه او اقتصادي پلان جوړونه کې دهغې اهمیت:

څرنګه چې مخکې یادونه وشوه د احصایې تاریخي لرغونوالی ډیرو پخوانیو زمانوته رسېږي. پراختیا او له احصایې څخه د استفادې ځایونو هم بیلابیل پړاونه وهلي دي او اوس هم د ودې په حال کې دي. په لرغونو ټولنو کې احصایه د نفوسو د شمېرلو او مالیاتو د ورکړې په مقصد د مکلفیتونو لپاره کارول کېده. په منځنیو پیړیو کې د احصایې له نظره د کرنیزو ملکیتونو د اندازې ثبت اهمیت درلود.

یو دا چې د ساري ناروغیو تلفات او د هغه څرګندیدل په سمه توګه سنجش او وپېژندل شي او بل دا چې نفوس ډېر مهم قدرت ( د دولت لویوالی په خاصه توګه د هغه نظامي قدرت ) وپېژندل کېده.

د ۱۷ مې میلادي پیړۍ په شاو خوا کې هغه سروې ګانې چې له نوې سرشمېرنې سره نږدې ورته والی درلود تر اجرا لاندې راغلې وې.

هغه اقتصادي او سياسي بدلونونه او تحولات چې د فرانسې له ستر انقلاب څخه وروسته په اروپا کې منځ ته راغلل او له ځنډه پرته له ۱۸۷۱میلادي کال څخه وروسته د احصایو په راتلونو کې د تحول او چټکې پراختیا لاملونه په زیاتره اقتصادي او ټولنیزو سکتورونو کې مخکې له مخکې څخه آماده او چمتو شوي دي.

په تدریج سره احصایوي معلومات چې غالباً د دولت اسرار پیژندل کېدل په ورځپاڼو او جرایدو کې خپاره شول او په ټولو ځایونو کې وویشل شول. د احصایوي معلوماتو د صحت او اعتبار په اړه لازمي څیړنې ترسره شوې او احصایوي روشونه د تیروتنو د کچې د تثبیت په مقصد تر مطالعې لاندې راغلل. په احصایه او اقتصاد کې د ریاضي او احتمالاتو شاملول عمده گامونه او د احصایې زیاته پراختیا وگڼل شوه. د احصایې اقتصادي څانگې (شعبات) د احصایې په ملي برخو کې په زیاتره هیوادونو کې تأسیس او د احصایې کانگرسونو او نړیوالو سازمانونو په کار پیل وکړ.

د کرنیزو ملکیتونو د دفترونو اسناد او د ځمکو د هستوگنو د مالکیت لیږدول، د وگړو د مال مکلفیت او د دولت د عوایدو مدرکونه یې وټاکل. له حیاتي احصایو او د نفوسو د احوالو له ثبت سره مینه او علاقه له دوو پلویو څخه زیاته شوه.

د احصایې نړیواله لومړنۍ جلسه په ۱۸۵۳ میلادي کال کې د احصایې د نړیوال کانگرس تر سرلیک لاندې جوړه شوه.

په ۱۸۵۵ میلادي کال کې د احصایې نړیوال انستیتوت په لندن کې تأسیس شو. له دویمې نړیوالې جگړې وروسته (۱۹۴۷) میلادي کال څخه را په دیکخوا د احصایوي فعالیتونو د ورځنیو پراختیا او انکشاف چې د علمي تحقیقاتو او د نویو احصایوي سیستمونو او روشونو په وړاندې په اقتصادي بیلابیلو هیوادونو کې په ملي او نړیواله سویه یو ځای و اختراع او له کمپیوټرونو او د حساب له ماشینونو څخه په استفادې د جدولونو په جوړولو او ترتیب او د شمېرو او ارقامو د سنجش اړوند مسایلو په حل کې یې سابقه بدلون یې په احصایه کې منځ ته راوړی دی.

د نړۍ په زیاتره هیوادونو کې احصایه د یوې اساسي او اړینې وسیلې په توگه د پلان جوړونې، کنټرول او نظارت، انسجام او د فعالیتونو او اجراتو د لارښونې په اړه پیژندل شوې او احصایوي ادارې او د پلان جوړونې سازمانونه هم مهاله او یو ځای پراخ شوي دي. زمونږ په گران هېواد کې هم د احصایې مرکزي اداره د وخت د اعظمی صدارت تر مستقیم اثر

لاندې په ۱۳۵۲ لمریز کال کې جوړه شوې او اوس د یوې خپلواکې ادارې په توګه په ځانګړې ډول د لاندینيو موخو په برخه کې فعالیت کوي.

۱- د متمرکز احصایوي او علمي سیستم تأمین او پراختیا، د هېواد اوسنیو شرایطو ته په پام سره د بین المللي معیارونو سره سم د اړتیا وړ ارقامو دوامداره احصایې د راټولولو، تصنیف، تجزیې، تحلیل، نشر او توزیع کول اوله هغې څخه په انکشافی، اقتصادي اونورو ټولنیزو پروګرامونو د ترتیب او پلانونې په موخه ګټه اخستل.

۲- د ادارې، موسسو او زیاتره وګړو د احصایوي فعالیتونو علمي او مسلکي لارښوونې، بررسی او کتنې (نظارتونه) چې د احصایوي معلوماتو او ارقامو په راټولونه کې برخه اخلي یا کار کوي.

۳- په ملي کچه د کمپیوټري خدماتو او فعالیتونو تنظیم او تمرکز.

۴- په ملي کچه د میتودولوژۍ تثبیت د احصایې ثبت او راټولونه حیاتي وقایع (پېښې) او د هغې تدریجي عمومیتوب.

۵- د دولت په انکشافی پلانونو کې شامل پروګرامونه او د پروژو د کار پرمختګ او تطبیق پورې اړوند د احصایو او ارقامو راټولونه او د راپورونو د جوړولو او بررسی په منظور او په دې اړه لازم وړاندیزونه لوړ پوړو مقاماتو ته.

نن ورځ نه یواځې د احصایې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنیکونو کې زیات اهمیت لري، بلکې اغیزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافی سیاست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوایدو او لګښتونو اندازه نیونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قیمتونو د شاخص تثبیتول او د تادیاتو د بیلانس تحلیل او ترتیب او داسې نور ټول د احصایوي معلوماتو او شمېرو (اعدادو) په راټولونه، په ترتیب سره وړاندې کول، تحلیل او په علمي ارزیاو متکي دي.

### د لومړي څپرکي د مطالبو لنډیز

احصایه عربي کلمه ده، چې لغوي معنا یې په دري ژبه کې د شمارش او یا امار اخیستنې په معنا ده. په پښتو ژبه کې د شمېر او یا شمیرلو په معنا راغلې او همدارنګه په آلماني ژبه کې د (Statistik) په نوم او په انګلیسي ژبه کې د (Statistic) کلمه د احصایې معنا افاده کوي.

احصايې د نن ورځې متداولې يا معمولې په معنا او مفهوم يعنې د روشونو مجموع د جدول بندۍ، تحليل او د متداولې معلوماتو او څرگندولو د راټولونې په مقصد پيژندل شوې او احصايوي تخنيکونه او توضيحي دستورالعملونه له شمېرو او ارقامو څخه د تصنيف او نتيجه گيرۍ په مقصد چې په زياته پيمانه شتون ولري، او همدارنگه بايد يادونه وشي چې په لرغونو ټولنو کې له احصايې څخه د نفوسو د شمېرلو په مقصد، د مکلفيتونو او مالياتو د ورکړې د ټاکلو او د وگړو د عسکرۍ خدمت د مکلفيت دورې سرته رسولو په غرض کار اخيستل کيده. د علومو له پراختيا سره د احصايې علمي بڼه له اتلسمې ميلادي پيړۍ څخه پيل کېږي خو په هغې کې ريښتيني انکشاف له شپاړسمې ميلادي پيړۍ څخه را په ديخوا پيل شوی او له هغه مهاله تر نن ورځې د نړۍ په بيلابيلو هيوادونو کې له هغې څخه استفاده کېږي. څرنگه چې د نمونې په ډول په ۱۵۳۲ ميلادي کال کې ثبت او فيات په انگلستان کې ترسره شو چې وروسته په فرانسه کې يې هم رواج پيدا کړ.

په همدې ترتيب سره په ځينو هيوادونو لکه سويډن، ناروې، دنمارک کې هم زيات کارونه د احصايې د علم د پوهانو لخوا ترسره شوي دي. همدارنگه زياتو علماوو او پوهانو هم د احصايې د علم په اړه نظريې او وړانديزونه وړاندې کړي دي چې د هغوی له جملې څخه بلژيکي رديف کويټ (۱۸۷۴-۱۷۸۶ ميلادي) کال کې لومړنی احصايه پوه و، چې د شمېرو او ارقامو د راټولونې په اړه يې احصايوي نوي اصول په کار واچول.

په ځينو شخصي آثارو کې يې کويټ لت ته د نوې احصايې د علم د پلار خطاب کړی دی. همدارنگه له نورو علماوو څخه لکه برنولي (۱۷۸۲ - ۱۷۰۰ ميلادي) او لاپلاس (۱۹۴۹-۱۸۲۷ ميلادي) هم د احصايې د عملي قوانينو د موسسينو له جملې څخه شمېرل کېږي نوم اخيستی شو. د احصايې له علم څخه د استفادې په اړه بايد يادونه وشي چې د نننۍ نړۍ په زياتره هيوادونو کې له احصايې څخه د يوې اساسي او اړينې وسيلې په توگه د پلان جوړونې، کنترول، نظارت، انسجام او د فعاليتونو او اجراتو د لارښونې په اړه استفاده کېږي.

زمونږ په گران هيواد کې هم نن ورځ نه يواځې د احصايې له علمي روشونو څخه استفاده کول د پلان جوړونې په تخنيکونو کې زيات اهميت لري، بلکې اغيزناک اقدامات د اقتصادي، مالي، بودجوي پولي، تجارتي او انکشافی سياست ټاکل او طرحې پورې اړوند د دولت د عوايدو او لگښتونو اندازه نيونه او سنجش، د ژوند د سطحې او قيمتونو د شاخص تثبیتول او د تادياتو د بيلانس تحليل او ترتيب او داسې نور ټول د احصايوي معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په راټولونه، او ترتيب سره وړاندې کول، تحليل او په علمي ارزيايو متکي دي.

## د لومړي څپرکي پوښتنې

- ۱- آیا په دري او پښتو کې د احصایې په لغوي معنا پوهیږئ؟
- ۲- د احصایې کلمه د (Status) له کلمې څخه مشتق شوې ده هغه مفاهیم چې له دې کلمې څخه استنتاج کیږي، نومونه یې واخلي؟
- ۳- د احصایې په محدوده کې عامیانه مفاهیم توضیح کړئ؟
- ۴- احصایه په پراخ مفهوم سره تعریف کړئ؟
- ۵- په لرغونو ټولنو کې احصایه د کومو مقصدونو لپاره کارول کېده؟
- ۶- د احصایې ریښتیني انکشاف له کوم وخت څخه پیل شوی او د هغه لامل څه و؟
- ۷- د هغو مشهور علماوو او پوهانو نومونه چې د احصایې په علمي پراختیا کې یې څرگنده ونډه درلوده واخلي؟
- ۸- د احصایې اهمیت د ژوند په ټولو مسایلو کې په عمومي توګه او د پلان جوړونې په برخه کې په لنډه توګه توضیح کړئ؟
- ۹- د مرکزي احصایې د ادارې ځانګړې موخې او دندې څه دي؟

### احصایوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه

ټولیزه موخه:

احصایوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه.

- د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې وکولای شي چې:
- د احصایوي ارقامو د راټولونې پړاوونه عملي کړي.
  - د احصایوي ارقامو د تحلیل او شننې لارې توضیح کړي.
  - له احصایوي ارقامو او شمېرو څخه لازمي نتیجه گیری ترلاسه کړي.
  - احصایوي بڼې (شکلونه) او ارقام څرگند کړي.
  - احصایوي بیلابیل گرافونه انځور کړي.

### احصایوي عملیې او تحقیقاتي پړاوونه

لکه څرنګه چې په مخکني څپرکي کې وویل شول، احصاییه له علمي لارو او روشونو سره سر او کار لري چې د هغې په اساس معلومات او شمېرې راټولې، ترتیب او په لنډه توګه وړاندې او تحلیل کيږي او نظر هغه ته نتیجه گیری او تصمیم نیونه تر سره کيږي. د دې عملیو او ترتیباتو د ترسره کولو لپاره باید لاندې پړاوونه ووهل شي:

- الف- د موخې تثبیت او ټاکل.
- ب- د تجربې طرح یا ټاکل.
- ج- د شمېرو (اعدادو) او معلوماتو راټولونه.
- د- د جدول بندۍ، تصنیف، د پایلو څرګندول تحلیل او توضیح.
- ه- د یادو شویو پړاوونو تصمیم او نتیجه گیری چې هر یو په لنډه توګه توضیح کيږي.

**الف- د موخې تثبیت یا ټاکل:** احصایوي تحلیل په شمېرو او ارقامو پیل کېږي او د اړتیا وړ معلوماتو او شمېرو د راټولونې په غرض له ټولو څخه مخکې دولت باید واضح کړي چې په کومه موضوع کې تحقیقات یا څیړنې کوي. څیړونکي یواځې د ستونزو د سم تعریف او توضیح په صورت کې کولای شي تشخیص کړي چې څه ډول شمېرې او معلومات د اړتیا وړ دي.

په هغه صورت کې چې موضوع په پیل کې په وضاحت سره تشخیص او تثبیت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شاید بې ځایه وي یا د ښه څرگندولو په ځای موضوع نوره هم پېچلې کړي. باید ښه څرگنده شي چې دلاسته راغلو احصایوي پایلو کیفیت او څرنگوالی د راټولو شوو شمېرو په ثقه والي او مناسب والي باندې متکي دی. چې په خپل وار سره د مطرح موضوع په سم تشخیص او طرحې پورې اړه لري. په هغه صورت کې احصایوي تخنیکونه حتا په زیات دقت سره نه شي کولای نظر دې شمېروته گټورې پایلې د تصمیم نیونې په غرض د اړوندو ستونزو(موضوع) په اړه چمتو کړي.

**ب- د تجربې طرح یا ټاکل:** کله چې د پام وړ موضوع په دقیقه توگه طرح شوه څیړونکي باید تصمیم ونیسي، چې د اړوندو کتنو یا مشاهداتو مجموع په عمومي بڼه یا د هغې یوه برخه مطالعه یا تر کتنې لاندې راوړي. کله چې ټولې کتنې یا مشاهدات مطالعه کړي د (ټولیز شمار) په نوم او که چیرې د هغې یوه برخه تر کتنو لاندې راوړي اړوند روش د (نمونه گیری) په نوم یادوي. ټولیز شمار په عمل کې اکثراً، زیات وخت او لگښت غواړي یا حتا د هغه تطبیق ځینې وخت هم د امکان وړ نه وي. د هغه پر ځای ناچاره باید مطالعه د نمونه گیری- (سپمل) له لارې ترسره شي.

په نمونه گیری کې هڅه کېږي تر څو د نمونوي شمېرو پر اساس چې له مشاهداتو څخه نمونه گیری شوې تصمیم پیل شي. نو په دې اساس نمونه باید له اړوندو کتنو یا مشاهداتو څخه سم استازیتوب وکړي. د داسې یوې نمونې اخیستنې د احصایې د تیوري احصایوي عمده برخه جوړه وي او یو شمېر پوښتنې رانغاړي لکه، نمونه باید تر کومې اندازې لویه وي په څه ډول شمېرې باید راټولې شي. دا شمېرې څه ډول راټولې شي. دا ډول پوښتنې د احصایې په هغې څانگې پورې تړاو لري چې د نمونې د طرحې یا(د تجربې طرح) په نوم یادېږي. د نمونې طرح باید په پوره دقت سره ترسره شي پرته له هغه نه شو کولای مطلوبې نتیجه گیری ته ورسېږو.

د غیرناڅاپي یا غیر تصادفي نمونه گیری، په خپل وار سره اتفاقي نمونه گیری په مختلفو بڼو ویشل کېږي. لکه ساده ناڅاپي یا اتفاقي نمونه گیری او مقیده ناڅاپي یا اتفاقي نمونې طرح کیدای شي په بېلابېلو بڼو ترسره شي. لکه ناڅاپي(یا تصادفي) نمونه گیری ونه



گیري، یوارخیزه، دوه اړخیزه او څو اړخیزه او مکرره نمونه گیری، همدارنگه غیر اتفاقي نمونه گیری د توپیر لرونکي یا تفاوتی نمونه گیری په بڼه په صحیح او ډاډ سره نیول کیږي چې هر یو د دغو نمونه گیری لارې د ځانګړو ښکېلو یا مزایاوو او نیمګړتیاو لرونکې دي چې تر یوه حده پورې د کتنو یا مشاهداتو په ډول او د احصایوي سروې په موخې پورې اړه لري.

ج- د احصایوي شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه: د احصایوي څیړنو درېیم پړاو له طرحې شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راټولونې څخه عبارت دی. دا پړاو نظر بل هر یو احصایوي څیړنیز پړاو ته زیات وخت او زیات لګښت غواړي. په دوو مخکینیو پړاوونو کې ځینې د موخې په ټاکلو او تثبیت کې او د نمونې په طرح او شننه کې اړینه ده. د مطالعې اړوندې موضوع په اړه څیړونکی یا محقق باید د معلوماتو او پوره پوهې لرونکی وي او له خپل قضاوت څخه هم ګټه واخلي او د شمېرو او معلوماتو د راټولونې پر خلاف او حتا یوه ښه پایله لاسته راتلای شي، چې په دې برخه کې باید شخصي قضاوتونه د ښخول نه وي.

احصایوي شمېرې او معلومات په بیلابیلو لارو، بیلابیلو موخو ته په کتو سره راټولېږي. په عمومي توګه د معلوماتو لاسته راوړنه او د شمېرو راټولونه په دوو بڼو ترسره کیږي:

الف- مستقیم

ب- غیر مستقیم

په مستقیمه بڼه څیړونکی کولای شي شمېرې او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو یا نمونوي سروې ګانو یا کتنو (مشاهداتو) له لارو راټول کړي.

په غیرمستقیمه توګه څیړونکی کولای شي، معلومات د لیکنو، پوښتنپاڼو (استعلامونو)، فورمو، د نشراتو له اخځ لیکونو، سرچینو او داسې نورو څخه په استفادې لاسته راوړي.

دیادولو وړ ده، چې د شمېرو او معلوماتو په راټولونه کې بهتره ده، چې په هره برخه کې اصل زمان، سموالی او اقتصادي والی په پام کې ونیول شي.

که چیرې لومړنۍ راټولې شوې شمېرې اوږدې وي، باید هغوی د ترتیبولو په غرض لنډې(خلاصه) کړل شي. لکه اوږدې سمې شمېرې د ۱۰۰،۱۰ یا ۱۰۰۰ او داسې نورو په واحدونو لنډې او خلاصه شي یا اوږدې اعشاري ځانې، له امکاناتو سره سم او په لاس کې د شته وسایلو په مرسته لومړۍ، دویمې او درېیمې نږدې ځانې ته نږدې کړل شي.

د- د احصایوي شمېرو(اعدادو) ترتیبول: له لنډیز وروسته شمېرې باید واضح او د ویلو وړ ولیکل شي، او د تحلیل او څرګندولو د آسانولو لپاره دې ترتیب شي، که چیرې شمېرې

نظر کمیت او شمېر (تعداد) ته ترتیب او تصنیف شي هغه لړۍ یا سلسله چې لاسته راځي د پېښې د بیا ویشني یا د فریکونسي د ویشني په نوم یادېږي. په وروستيو څپرکو کې به یې په پوره ډول مطالعه کړو. همدارنگه که شمېرې نظر زمان ته ترتیب شي اړونده لړۍ یا سلسله یوه زماني لړۍ نومېږي. سربیره پر دې شمېرې د جغرافیایي او محیطي شرایطو موقعیت، سن، کیفیت او نورو خصوصیاتو په نظر نیولو سره ترتیب، دسته بندي او څرگندېږي.

د شمېرو او معلوماتو څرگندول کیدای شي د احصایوي بیلابیلو بنو او په بیلابیلو لارو لکه جدولونو، گرافونو او نورو هندسي بنو په وسیله ترسره شي.

**هـ- د احصایوي شمېرو (اعدادو) او معلوماتو تحلیل او څرگندونه:** په دې برخه کې د احصایوي څیړنو د پړاو په اړه باید یادونه وشي چې د احصایوي شمېرو او معلوماتو څرگندونه کیدای شي له لازم تحلیل څخه مخکې او حتا له نتیجه گیری څخه وروسته هم تیار او آماده شي، نو نوموړې عملیې د احصایوي څیړنې ډېر عمده پړاو یعنې د شمېرو او معلوماتو تحلیل ترسره کوي.

د تحلیل د څرنگوالي ډول تر زیات حده پورې په ټاکل شوې موخې یا طرح شوې موضوع او د موجوده شمېرو او معلوماتو په ډول پورې تړلی دی او کولای شي په بیلابیلو لارو ترسره شي. د بیلگې په ډول ځینې مطروحه موضوعات داسې دي چې راټول شوي معلومات او شمېرې له ترتیب، توحید او څرگندولو وروسته د ځینو شمېرو د مقیاسونو یا مشخصاتو په کار اچولو لکه د اوسطونو، انحراف یا خورتیا (پراگندگي) یا فیصديو او نور سنجش غوښتنه کوي. دا مشخصات که په نمونوي شمېرو متکي وي د احصایوي مشخصو (Statistics) په نوم او که چیرې له کتنو یا مشاهداتو او د مشاهداتو د ټولې مجموعې له شمېرو څخه لاسته راغلي وي پارامتر نومول کېږي.

**و- د نتیجه گیری او تصمیم پړاو:** که چیرې د ټولو کتنو یا مشاهداتو نمونه یا تجربه په ځان کې راونغاړي او ځینې احصایوي تحقیقات په یوه سروې کې د کلي شمار په بڼه وي د پام وړ سروې وروستنی پړاو ته تشریحي احصاییه یعنې څلورم پړاو چې پورته یې یادونه شوې جوړوي. په بل عبارت په څلورم پړاو کې د کتنو یا مشاهداتو د مجموعې خصوصیات او مشخصات توضیح او تشریح شوي او نظر هغه ته د طرح شوې موضوع په اړه تصمیم نیول کېږي. د دې پر خلاف که چیرې سروې نمونوي وي او یواځې د کتنو یا مشاهداتو له مجموع څخه یوه برخه په ځان کې راونغاړي، په دې حالت کې

تشریحي احصایه د څیړنې یا تحقیق وروستنی پړاو نه دی د احصایوي عملیو او مطالعو زیاته غوښتنه کوي، ځکه له مطالعې او د نمونې له تحلیل څخه موخه د نتیجه گیری د مشاهداتو یوه مجموعه او د تصمیم پیل د همغو مشاهداتو په اړه وي.

**د احصایوي بنو (شکلونو) په مرسته د شمېرو وړاندې کول:** احصایوي شمېرې او معلومات له راټولونې څخه وروسته باید په ترتیب، توحید او تصنیف سره وړاندې شي. البته د شمېرو څرگندونه چې وروسته به هم وویل شي له تحلیل څخه مخکې یا وروسته تر سره شي. د شمېرو څرگندونه عموماً په دوو لارو ترسره کېږي.

۱- په شفاهي یا لفظي توګه.

۲- په لیکل شوې بڼه د احصایوي بنو په وسیله.

**احصایوي بنې بیلایل ډولونه لري چې، په عمومي توګه په دوو ډلو ویشل کېږي:**

الف- احصایوي جدولونه.

ب- احصایوي ګرافونه.

**الف- احصایوي جدولونه او د شمېرو (اعدادو) جدول بندي:** جدول بندي د تحلیل او پرتلې په غرض د معلوماتو او شمېرو سیستماتیک او منظم ترتیبول دي. احصایوي جدولونه که څه هم نظر لیکل شوو شمېرو او موخې یا طرح شوې موضوع ته زیات دي او په عمومي توګه پر دوو ډولونو باندې ویشل کېږي.

#### **عمومي جدول او خصوصي جدول:**

په عمومي جدول کې معمولاً لومړنۍ شمېرې یا اصلي شمېرې ترتیب او لیکل شوې دي او زیاتره د مآخذونو او سرچینو د ښودلو لپاره د عمومي مقصدونو په خاطر کار ترې اخیستل کېږي په داسې حال کې چې په خصوصي جدولونو کې شمېرې او معلومات ترتیب او لنډ (خلاصه) شوي دی او د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي.

د یوه احصایوي جدول د جوړولو لپاره باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي:

**عنوان:** هر احصایوي جدول باید یو عنوان ولري. د یوه جدول عنوان باید په لنډه او واضح توګه د هغه په پورتنۍ برخه کې ولیکل شي او باید درې څیزونه واضح کړي.

الف- په جدول کې د لیکل شویو اعدادو محتوا او د بحث موضوع.

ب- هغه محل یا ځای چې شمېرې (اعداد) په ځان کې رانغاړي.  
ج- هغه مهال یا وخت چې د هغوی په وسیله یې لیکل شوې شمېرې په ځان کې رانغاړلې دي.

### مأخذ یا سرچینه

کله چې لومړني یا اصلي اعداد د لومړي ځل لپاره د څیړونکي په مرسته راټول شوي وي کېدای شي پرته د اخځلیک یا سرچینو له یادولوڅخه په یوه جدول کې ولیکل شي، خو په هغه صورت کې چې لیکل شوې شمېرې لومړنۍ شمېرې نه وي. باید دهغوی سرچینې او مأخذ د جدول په ښکته برخه او له لمن لیکونو څخه مخکې په واضح توګه ولیکل شي.

**یادښت یا لمن لیک (پاورقی):** که په یوه جدول کې لیکل شوې شمېرې زیاتې تشریح او څرګندولوته د یادښتونو او لمن لیکونو په بڼه اړتیا پیدا کړي. دا یادښتونه باید په وضاحت سره د جدول په ښکته برخه کې راوړل شي او وروسته په اخځلیک یا سرچینې کې ځای پرځای شي.

**د جدولونو ځانې (ستون) او قطارونه:** هر احصائیوي جدول ځانې (ستونونه) او قطارونه لري، چې د هغوی شمېر په هماغه جدول کې دلیکل شوو شمېرو او معلوماتو په اندازې او د موضوع په څرنګوالي پورې اړه لري. د جدول ځانې او قطارونه باید د زیات وضاحت لپاره د فرعي سرلیکونو لرونکې وي. کله چې د ځانو او قطارونو شمېر زیات وي، ښه ده چې د فهرست، څرګندولو او پرتلنې لپاره تصنیف او نمره بندي شي.

**د کچې (مقیاس) واحد:** په جدول کې باید د مقیاس واحد یا واحدونه په څرګنده توګه د جدول تر اصلي عنوان لاندې او یا د هرې ځانې تر فرعي عنوانونو لاندې ولیکل شي. د بیلګې په ډول که د یوه جدول لیکل شوې شمېرې په فیصدي سره سنجش شوې وي، په دې حالت کې یواځې د مقیاس یو واحد (فیصدي)، شتون لري او د جدول تر اصلي عنوان لاندې توضیح شوې دي.

**مجموع:** د یوه جدول ځانې (ستونونه) او قطارونه په عمومي توګه په هغه جدول کې د لیکل شوو شمېرو د مجموعې لرونکي وي البته د شمېرو په مجموعه کولو کې د یوه جدول په ځانو او قطارونو کې د یوه ګډ مقیاس واحد شتون شرط دی. ځکه نشو کولای چې بیلابیل او متفاوت مقیاس درلودونکي واحدونه مجموعه کړو.

د جدول نمونه: د پرمخ تلو هیوادونو د داخلي محصولاتو د مجموعي ودې د میتود وړاندوینه جدول ۱۹۶۰ تر ۱۹۷۹ کلونو کې شوې ده.

| هغه هیوادونه چې ډیره لږه پراختیا یې موندلې | دمخ پروده هیوادونه پرته د نفتو یا تیلو له صادراتو څخه | مخ پروده هیوادونه |                       |               |        |               | کلونه     |
|--|---|-------------------|-----------------------|---------------|--------|---------------|-----------|
|  |   | د آسیا څنډیځ      | د آسیا جنوب او لویدیځ | لاتینه امریکا | افریقا | په عمومي توګه |           |
| 3.1  | 5.2   | 8.7               | 4.7                   | 5.5           | 4.6    | 5.5           | ۱۹۷۰-۱۹۶۰ |
| 3.1  | 5.4   | 9.0               | 5.4                   | 5.9           | 5.3    | 6.2           | ۱۹۸۰-۱۹۷۰ |
| 3.3  | 5.3   | 3.2               | 6.8                   | 4.6           | 4.8    | 5.2           | ۱۹۷۸      |
| 2.4  | 5.2   | 3.0               | 4.8                   | 6.3           | 5.3    | 5.3           | ۱۹۷۹      |
| 2.6  | 5.7   | 7.0               | 5.3                   | 5.8           | 6.1    | 5.9           | ۱۹۸۰      |
| 3.6  | 5.4   | 7.0               | 6.1                   | 5.6           | 6.3    | 6.0           | ۱۹۸۱      |

سرچینه: د UNCTA د سکرتریت سنجشونه دې د ملي او نړیوالو رسمي سرچینو د شمېرو (اعدادو) په اساس ولیدل شي.

ب- احصائیوي گرافونه: گرافونه د دوو یا زیاتو اوبستونکو (متحولو) تر منځ د اړیکې له جولیزې څرگندونې څخه عبارت ده. د گرافونو ډولونه او بڼې ډیرې زیاتې دي. د اوبستونکي یا متحول د پېښیدو په شمېر، د شمېرو په څرنگوالي او د موضوع په ډول پورې اړه لري، چې په بیلابیلو بڼو، نظر موخو ته په خاصه توګه رسم او څرگندیږي. څو ډوله احصائیوي ساده گرافونه او معمولي چارټونه په وروستي څپرکي کې توضیح کیږي. خطي گرافونه: په دې ډول گرافونو کې لکه له نامه څخه یې چې څرگندیږي، د خطي اوبستونکو یا متحولو تر منځ اړیکې دي. د شمېرو بدلونونه او تحولات د مستقیمو کرښو په مرسته ښودل کیږي. د بېلګې په ډول که چیرې اړیکې د تابع او متحول  $y$  او خپلواک اوبستونکی او خطي  $X$  تابع کوونکی تر منځ وي دا ډول اړیکې معمولاً د مستقیمې کرښې د یوې معادلې په وسیله په لاندې بڼه څرگندیږي.

$$y = ax + b$$

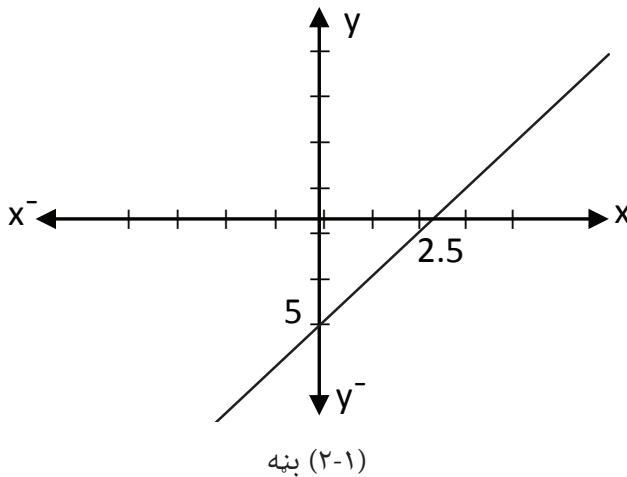
په دې ځای کې  $a$  او  $b$  ثابت دي لومړنی د عمودي قاطع په نوم او دویم د  $x$  د ضریب په نوم یادېږي.

**بیلگه:** د  $y = 2x - 5$  معادلې گراف رسم کړئ؟

د دې معادلې گراف څرنګه چې په شکل کې ښودل شوی، کولای شو په دوو طریقو انځور کړو لومړی د  $x$  د متفاوتو قیمتونو په وضع کولو سره د  $y$  ارزښتونه پیدا کوو. دا قیمتونه د  $x$  او  $y$  د وضعیه کمیاتو په محورونو کې د ټکو په مرسته په ښه (نقطه گذاري) کوو.

|     |                                  |
|-----|----------------------------------|
| $x$ | -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 15    |
| $y$ | -11, -9, -7, -5, -3, -1, 1, -315 |

په دویمه طریقه کې څرنګه چې ورکړل شوې معادله د مستقیمې کرښې یوه معادله ده او د اړوندې مستقیمې کرښې د انځورلو لپاره کفایت کوي، ترڅو هغه دوه ټکي چې په هغوی کې مستقیمه کرښه د  $x$  او  $y$  د محورونو په توګه قطع کوي، وټاکو. یعنې که د  $x=0$  په معامله کې وضع شي نو  $y=-5$  وي او بر خلاف که  $y=0$  وي  $x=\frac{5}{2}$  کېږي. دا دوه ټکي  $(0, -5)$  او  $(2.5, 0)$  په گراف کې په ترتیب سره د  $A$  او  $B$  په تورو ښودل شوي دي. د دغو دوو ټکو له نښلیدو یا اتصال او د هغوی اوږدوالی یا امتداد دوو خواوو ته مطروحه مستقیمه کرښه انځور کېږي.



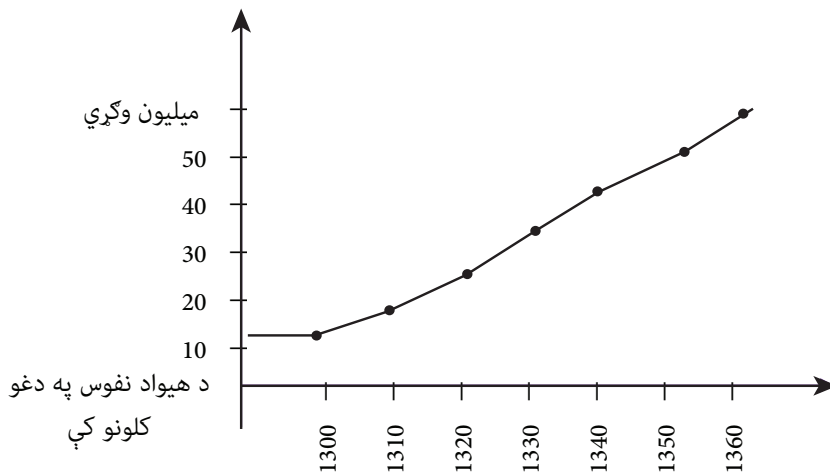
### هندسي مشخصي او د گرافونو ترسيم:

په ياد بايد ولرو چې په احصاييوي گرافونو کې هم لکه الجبري توابع په عمومي توگه د تابع متحول په عمودي محور کې او خپلواک يا مستقل متحول يا تابع کوونکی په افقي محور کې ښودل کېږي.

د بيلگې په ډول: د يوه هيواد نفوس په تيرو ۶۰ کلونو کې په لاندې توگه ورکړل شوی دی، چې د هغه ارقام ميليون وگړي دي.

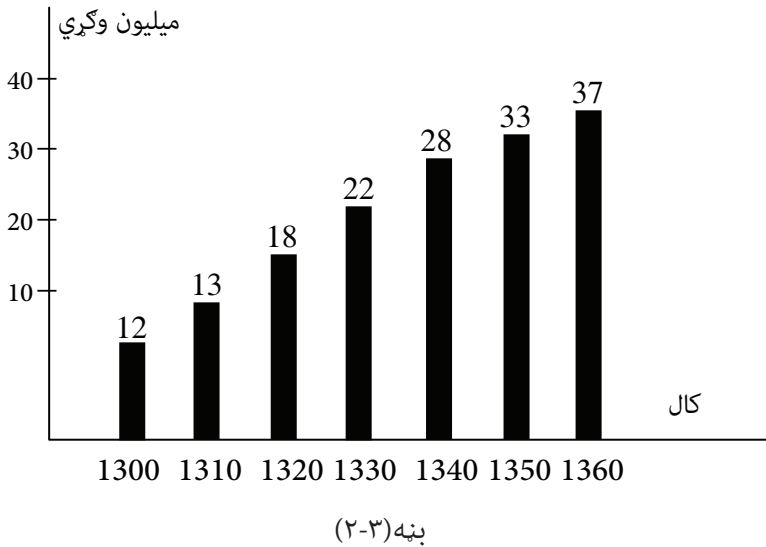
| X کال          | 1300 | 1310 | 1320 | 1330 | 1340 | 1350 | 1360 |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Y نفوس (میلان) | 12   | 15   | 18   | 22   | 28   | 33   | 37   |

پورتنې معلومات کولای شو په بل گراف کې د ټکو اېښودو (نقطه گذاري) په بڼه انځور کړو.

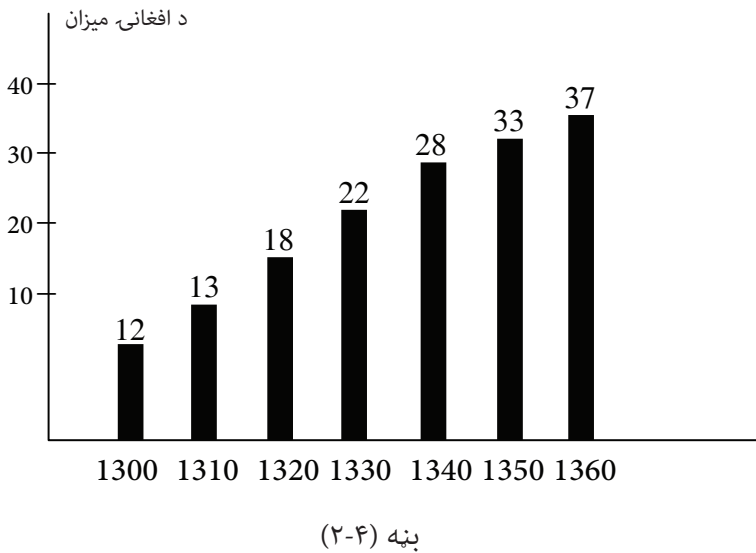


بڼه (۲-۲)

او همدارنگه کولای شو د عمودي کرښو په ځای مستطیل شکله بڼې هم انځور کړو.



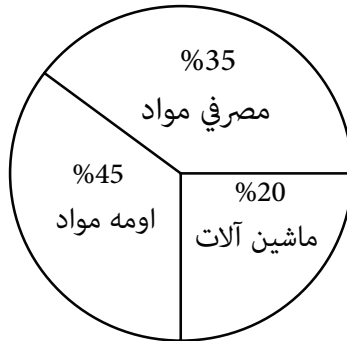
پورتني معلومات کولای شو په بل گراف کې د عمودي او مستقیمو کرښو په بڼه انځور کړو.





په پورتنیو گرافونو سربیره له نورو بڼو او همدارنگه له نسبو(علايمو) او سمبولونو څخه هم کولای شو گټه واخلو. یا په پورته گرافونو کې کولای شو زیاتره معلومات د بیلابیلو رنگونو په وسیله سره ځای په ځای کړو. د بیلگې په ډول کولای شو د هر کال د سن ترکیب او یا د نفوس جنس په یوه مستطیل کې په بیلابیلو رنگونو یا د متفاوتو خط کارونو په وسیله وښیو.

همدارنگه کولای شو احصایوي معلومات او شمېرې په یوه دایره کې څرگندې کړو. د بیلگې په ډول: فرض کړئ د یوه هېواد ۴۵٪ فیصده مجموعي شتمني مصرفي مواد ۳۵ فیصده یې اومه مواد او ۲۰ فیصده نور یې ماشین آلات جوړوي کولای شو دا شمېرې د یوې دایرې په وسیله څرگندې کړو



بڼه(۵-۲)

او یا کولای شو پورتنی معلومات په یوه مستطیل یا مربع کې څرگند کړو.

|            |     |
|------------|-----|
| مصرفي مواد | 45% |
| اومه مواد  | 35% |
| ماشین آلات | 20% |

یا په بل عبارت د دایروي گرافونو ترسیم کولای شو د هر ټولګي له فریکونسي او د فریکونسي له مجموعې څخه په استفادې سره ترسره کړو لکه:

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360$$

F- فریکونسي

n- د فریکونسي مجموع

د بیلګې په ډول: د 75 تنو محصلینو نمرې په لاندې ډول دي.

$$\begin{aligned} \frac{5}{75} \cdot 360 &= 24 \\ \frac{10}{75} \cdot 360 &= (48) \\ \frac{15}{75} \cdot 360 &= 72 \\ \frac{20}{75} \cdot 360 &= 96 \\ \frac{25}{75} \cdot 360 &= \frac{120}{360} \end{aligned}$$

| تولګی   | فریکونسي F |
|---------|------------|
| 0 - 10  | 5          |
| 11 - 20 | 10         |
| 21 - 30 | 15         |
| 31 - 40 | 20         |
| 41 - 50 | 25         |
| مجموع   | 75         |

## د دویم څپرکي د مطالبو لنډيز

په دې څپرکي کې احصایوي عمليې او تحقیقاتي پړاوونه تر مطالعې او بررسی لاندې نیول شوي دي. چې په هغه کې علمي لارې(طریقې) او روشونه په واضح توګه تشریح شوي دي، چې د هغې په اساس راټول شوي معلومات او شمېرې ترتیب، خلاصه، تحلیل او څرګندې شوې دي، چې نظر هغه ته نتیجه ګیري او د تصمیم نیونه ترسره کیږي. د دې عملیو او ترتیباتو د ترسره کولو لپاره باید لاندې پړاوونه ووهل شي:

الف- د موخې تثبیت یا ټاکل

ب- د تجربې طرح یا ټاکل.

ج- د شمېرو(اعدادو) او معلوماتو راټولونه.

د- جدول بندي او تصنیف.

ه- تصمیم نیونه او نتیجه ګیري.

له دغو پړاوونو څخه هر یو ټول په مفصله توګه په دې څپرکي کې تر بررسی لاندې نیول شوي دي.

په احصایوي تحلیل کې شمېرې او ارقام له هغه څخه پیل کیږي او د اړتیا وړ شمېرو او معلوماتو د راټولونې په غرض لومړی له ټولو څخه مخکې څیړونکی باید واضح کړي چې څه ډول موضوع څیړي، نو په دې اساس لومړی باید پوښتنه یا موضوع ډیره واضح او په دقیقه توګه طرح او وټاکي. که چیرې موضوع په پیل کې واضح او روښانه نه وي او په سمه توګه تشخیص او تثبیت شوې نه وي راټولې شوې شمېرې شاید بې ځایه وي او موضوع نوره هم پیچلې شي.

## د دویم څپرکي پوښتنې

- ۱- فرض کړئ د کابل په ښار کې د هر وگړي د عايد کچه معلومه وي. آیا په دې اړه ویلای شئ چې څه ډول عملیه باید د احصایوي تحقیقاتو په اصل کې ترسره کړئ؟
- ۲- احصایوي جدول څه دی او څه ځانگړنې باید ولري. کولای شئ دغه ځانگړنې په یوه فرضي جدول کې پرته له شمېرو څخه وړاندې کړئ؟
- ۳- په یوه گراف کې لاندې ټکي د لیک نښو په مرسته په نښه (نقطه گذاري) کړئ؟  
 $(0, 0)$ ,  $(-5, 10)$ ,  $(3, -4)$ ,  $(-2, -2)$ ,  $(3, -5)$ ,  $(5, 4)$
- ۴- لاندې معادله یوه تابع ده د هغه گراف رسم کړئ؟

$$y = 6 + 3x$$

- ۵- د غنمو تولیدات په شپږو کلونو ۱۳۵۰-۱۳۵۵ کې په لاندې توگه ورکړل شوي دي؟

| کال          | 1350 | 1351 | 1352 | 1353 | 1354 | 1355 |
|--------------|------|------|------|------|------|------|
| د غنمو تولید | 5    | 10   | 15   | 20   | 25   | 30   |

- ۶- د بانک د چک ۲۵ فیصده مجموعي پور اوږد مهاله پورونه، د هغه ۱۵ فیصده د میلیون تنو پورونه منځ مهاله او ۶۰ فیصده د هغه بدلون مهاله پورونه جوړوي دغه معلومات په دوو وسیلو یعنی یوه دایره او یو مستطیل یا مربع کې څرگند کړئ؟
- ۷- تحقیقاتي پړاوونه توضیح کړئ او د هغوی له جملې څخه د موخې د ټاکلو او تثبیت په اړه معلومات وړاندې کړئ؟
- ۸- د ۱۰۰ تنو محصلینو نمرې په یو دایروي گراف کې وښیئ؟

| ټولگی    | فریکونسي F |
|----------|------------|
| 0 - 20   | 10         |
| 21 - 40  | 15         |
| 41 - 60  | 25         |
| 61 - 80  | 20         |
| 81 - 100 | 30         |
| مجموع    | 100        |

### د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)

#### عمومي موخه:

په احصائیه کې فریکونسي او له هغې څخه د استفادې ځایونه

د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې کولای شي:

- د فریکونسي مفهوم توضیح کړي.
- د شمېرو د راټولونې، توحید او تصنیف په اړه معلومات وړاندې کړي.
- احصایوي ټولګي او د هغه ځانګړنې توضیح کړي.
- د ټولګي د ګرافیکي څرګندونو په اړه توضیحات وړاندې کړي.
- د فریکونسيو د ګراف منحنی ترسیم کړي.
- نسبي فریکونسي او مجموعي فریکونسي توضیح کړي.

### د پېښېدو د تکرار توزیع (د فریکونسي توزیع)

تصمیمونه: د فریکونسيو مفهوم او ډولونه

احصایوي نتیجه گیری او تصمیمونه د مطرحه موضوع په راټولو شوو شمېرو او ارقامو باندې متکي دي. د اړتیا وړ شمېرو ډول به په طرح شوي موضوع پورې اړوندیږي، او راټولې شوې شمېرې امکان لري یو یا دوه اوبستونکي یا متحوله راونغاړي لکه: شمېرې یا اعداد د یو شمېر وګړو د قد، وزن، عمر، د یو شمېر کارکوونکو تنخوا یا اجوره، د یو ګروپ مامورینو معاش، د یوه ټولګي د محصلینو په یوه مضمون کې د آزمویښې نومرې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې یا اعداد یو متحوله وي.

په دا ډول شمېرو کې زیاتره مسایل د هغوی د اوسط د هر واحد وېشنه او د هغوی د انحراف او د خورتیا یا پراگندګۍ د څرنګوالي په اړه نظر وسط ته تر بحث لاندې راځي. یا شمېرې د وګړو د عاید او لګښت، د محصلینو قد او وزن او د یوې پلورل شوې متاع قیمت او شمېر، د یوه هیواد واردات او صادرات او داسې نورو په اړه د دوه متحوله شمېرو بیلګې دي. هغه شمېرې چې د بیلګې په ډول د غوښې قیمت، یا د یوې اندازې وریجو قیمت رانغاړي یا د یوه هیواد ملي محصولات، واردات او صادرات رانغاړي. دوه متحوله شمېرې ګڼل کېږي.

په احصایه کې د شمېرو توضیح او تشریح د درې ډوله عمده مقیاس او اندازه نیونې غوښتنه کوي دا مقیاسونه د فریکونسي وېشنه یا توزیع، اوسط ګیري او د شمېرو د خپرېدو یا پراگندګۍ څخه عبارت او د بحث وړ دي.

که چیرې شمېرې څرنګه چې مخکې هم وویل شول په دې منظور نظر د هغوی د کمیت اندازې ته ترتیب او توضیح شي. دغه عملیه د پېښیدلو د بیا ویشني یا د فریکونسي ویشني په نوم یادېږي، چې د فریکونسيو د ویشني تحلیل په مفصله توګه او له عملي بیلګو سره د دې څپرکي په پاتې شوو برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

### د شمېرو (اعدادو) راټولونه او توحید:

د شمېرو راټولونه په مستقیمه یا غیر مستقیمه توګه معمولاً په ناڅاپي او خوره (پراکنده) بڼه ترسره کېږي. لومړنۍ شمېرې له راټولولو څخه وروسته باید ترتیب، توحید او لنډې یا خلاصه کړل شي تر څو څرګندول، تحلیل او نتیجه ګیري آسانه کړي

د بیلګې په ډول یوه احصایوي موضوع داسې طرح شوې چې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزمویني د پایلو د څرنګوالي په اړه ده، په دې منظور یوه نمونوي سروې طرح او تطبیقېږي نظر دې سروې ته د ۵۰ محصلینو د آزمویني د پایلو په اړه معلومات د نمونې په توګه راټولېږي. فرض کړئ چې راټول شوي معلومات هغه شمېرې دي چې د هغې لومړۍ بڼه په لومړي جدول کې څرګندې شوې دي.

### لومړی نمونوي جدول

|   |
|---|
| 23,65,51,52,74,72,63,60,21,31,36,80,79,82,41,69,29,28,30,40,42,57,54,58 |
| 59,64,63,70,7,74,83,82,32,36,37,43,40,38,51,54,59,60,58,61,72,90,85,84, |
| 95,100  |

## د ترتیب شوو شمېرو(اعدادو) دویم جدول

21,23,28,29,30,31,32,36,36,37,38,40,40,42,43,50,15,51,52,54,54,57,58,58,5  
9,60,60,61,62,63,63,64,64,70,71,71,72,74,74,74,79,80,82,83,84,85,90,91,95  
100

باید یادونه وشي چې شمېرې کولای شو په متزایده (صعودي) توگه جوړې کړو یعنې له کوچني عدد څخه پیل او په ترتیب سره په لوی عدد پای ته ورسېږي. یا برعکس شمېرې کولای شو په نزولي توگه جوړې کړو داسې چې لوی عدد لومړی او په ترتیب سره شمېرې یا اعداد یو په بل پسې ولیکو تر څو کوچني عدد ته ورسېږو. د لومړي جدول شمېرې له خلاصیدو وروسته په متزایده یا صعودي بڼه ترتیب او په دویم جدول کې لیکل شوې دي. دویم جدول د لومړي جدول په پرتله ځینې ښیگنې لري ځکه په هغه کې کولای شو د متحول ځینې ځانگړنې په ښه توگه اوډیر ژر تشخیص کړو. دغو ترتیب شوو شمېروته په کتو سره پوهېدی شو چې پراخوالی (وسعت) یعنې د لوی او کوچني عدد تر منځ توپیر (د لږي او زیاتي مېرې تر منځ توپیر) له ۷۹ څخه عبارت دی.

### د شمېرو(اعدادو) تصنیف:

که چیرې د شمېرو تعداد لږ یا د نمونې اندازه کوچنۍ وي د شمېرو ترتیب د دویم جدول په بڼه او د هغه څرگندونه به نسبتاً آسانه او گټوره وي او که چیرې د شمېرو تعداد ډېر زیات یا د لومړي نمونوي جدول نمونه چندانې مفهوم نه شي افاده کولای البته له څه دقت وروسته کولای شو کوچنی او لوی عدد په دې جدول کې تشخیص کړو یا حتا د شمېرو اوسط د مجموع په اخیستلو سره او د هغوی په تعداد باندې ویشل سنجش کړو له دې څخه زیات نشو کولای له نوموړي جدول څخه گټه واخلو.

له ورکړل شوو شمېرو څخه د ښې او زیاتي استفادې لپاره په لومړي مېر جدول کې باید هغوی په منظمه توگه ترتیب او لنډ یا خلاصه کړو د شمېرو د خلاصه کولو یوه لار د هغوی د افاده کولو اړوند د ۱۰۰۰ واحدونو دور دی.

د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې د شمېرو د ترتیبولو او خلاصه کولو څخه وروسته د زیات گډون یا شمولیت لپاره د شمېرو د اعشاري په تحلیل او څرگندولو کې درې ځانې په دوو ځانو اختصار پیدا کړی داسې چې د اعشاري درېیمه ځانه دویمې ځانې ته نږدیوالی یا تقرب ورکړل شوی دی. په دې تقرب ورکولو کې که چیرې د درېیمې ځانې شمیره یا رقم له ۵ څخه کوچنۍ وي له

هغه څخه تیرېږو او پر خلاف دهغه که دغه شمېره یا رقم له ۵ څخه لوی وي وروسته شمېره یا رقم یعنې د اعشاري دویمې خانې شمېرې ته د یوه په زیاتیدو سره ارتقاء ورکړل شوې ده. د بیلګې په ډول د 66,029 عدد په 66,03 او د 69,242 عدد په 69,24 لنډ یا مختصر شوي دي. د لومړي جدول شمېرې له لنډیز یا خلاصه کیدو او ترتیبولو وروسته کولای شو په دویم جدول کې په لاندې بڼه وښیو.

#### د شمېرو(اعدادو) نمونوي دویم جدول

| 21 - 30 | 31 - 40 | 41 - 50 | 51 - 60 | 61 - 70 | 71 - 80 | 81 - 90 | 91 - 100 |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| 21      | 31      | 40      | 51      | 61      | 71      | 82      | 91       |
| 23      | 32      | 42      | 51      | 62      | 71      | 83      | 95       |
| 28      | 36      | 43      | 52      | 63      | 72      | 84      | 100      |
| 29      | 36      | 50      | 53      | 63      | 74      | 90      | 3        |
| 30      | 37      | 4       | 54      | 64      | 74      | 4       |          |
| 5       | 38      |         | 57      | 64      | 79      |         |          |
|         | 40      |         | 58      | 69      | 80      |         |          |
|         | 7       |         | 58      | 70      | 7       |         |          |
|         |         |         | 59      | 8       |         |         |          |
|         |         |         | 59      |         |         |         |          |
|         |         |         | 60      |         |         |         |          |
|         |         |         | 60      |         |         |         |          |
|         |         |         | 12      |         |         |         |          |

د شمېرو د ثبت جدول د زیاتو ښیګڼو لرونکې وي لکه:

الف- په آسانۍ سره کولای شو هغه شمېرې چې معمولاً ثبتې شوې وي اصلاح یا اړوندې

خانې یا ستون ته ولېږدوو.

ب- که لومړني ټولګي د ډاډ وړ نه وي کولای شو هغوی په اسانۍ سره د دویم ځل لپاره

تصنيف کړو.

ج- کولای شو هغه عدد چې د ټولګي په وسط کې ځای په ځای شوی د هماغه ټولګي له

اوسط سره پرتله کړو.

که د شمېرو تعداد نسبتاً لوی وي، د شمېرو ترتیب د نوموړي جدول په بڼه ستومانه

کار دی او د زیات وخت غوښتنه هم کوي، سربیره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې

څخه پرته نشو کولای له هغه څخه بل کار واخلو. نو په دې اساس اړینه ده چې شمېرې په

لنډه توګه سره داسې ترتیب شي تر څو د هغه څرګندول آسانه شي او وتوانېږي زیات او ژور



تحليل ترسره شي تر څو د شمېرو د پېچلو اړيکو خصوصيات کشف او توضیح شي. دشمېرو د څرگندولو لندول او په عين حال کې ساده کول د هغوی د خاصیت او څرنگوالي له لاسه ورکولو پرته اساسي موضوع د پېښيدلو بيا وپښنه(د فریکونسي وپښنه) ده. يعنې شمېرې د ټولگيو په بڼه (چې ځينې يې د ټولگي، پور، گروپ او ډلې په نوم هم يادېږي) سمبال شوي. په هر ټولگي پورې اړوند د مشاهداتو يا واقعاتو د پېښيدلو(وقوع يا فریکونسي) تکرار يا زياتوالی تثبيت او وټاکل شي. په هغه جدول کې چې شمېرې په دې بڼه ترتيب، تصنيف او څرگنديږي، د پېښيدلو(وقوع) د تکرار جدول (د فریکونسي جدول) نومېږي.

مخکې له دې چې شمېرې د صنف بندۍ په بڼه وليکو بايد د ثبت جدول د جوړولو طرز چې د درېيم جدول په مرسته ښودل شوی دی په پام کې ونيول شي. په دې عملیه کې ټولگي په افقي بڼه (د جدول د خانو يا ستونو له عنوان سره ورته يا مشابه) د جدول په پورته برخه کې ترتيب شوی او هغه شمېرې يا اقلام چې په هر ټولگي پورې اړه لري، تر هماغه ټولگي لاندې ثبت شوې دي. وروسته په هر ټولگي پورې اړوند د اقلامو شمېر شمېرل کېږي او د هغوی مجموع په هماغه ټولگي پورې اړوند د اقلامو په ښکتنۍ برخه کې د دوو لينديو(قوسونو) تر منځ ليکل کېږي چې دغې مجموعې ته د هر ټولگي فریکونسي وايي. د دويم جدول او د ثبت د جدول پایلې اوس کولای شو د فریکونسي په يوه جدول لکه څلورم جدول(د فریکونسي جدول) کې وښيو.

**څلورم جدول:** د رياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلينو د آزموينې د نومرو د فریکونسي جدول

| د وگړو د (فریکونسيو) شمېر | نمرې     |
|---------------------------|----------|
| 5                         | 21 - 30  |
| 7                         | 40 31    |
| 4                         | 41 - 50  |
| 12                        | 51 - 60  |
| 8                         | 61 - 70  |
| 7                         | 71 - 80  |
| 4                         | 81 - 90  |
| 3                         | 91 - 100 |
| 50                        | مجموع    |

ځينې تخنيکي اصطلاحات او مفاهيم د فريکونسي د جدول په اړه شتون لري. دا مفاهيم لاندې توضیح کيږي او د زده کړې په باب يې له محصيلينو څخه جدي غوښتنه کيږي ترڅو په سمه توگه يې زده کړي.

**ټولگي (صنف):** د دوو شمېرو په وسيله هر ټاکل شوی واټن لکه 30 - 21 او يا - 91 په 100 په احصائيه کې دټولگي يا صنف، پور يا گروپ په نوم ياديږي.

**د ټولگي (صنف) حدود:** هغه دوه شمېرې چې يو ټولگي رانغاړي د هماغه ټولگي حدود نومول کيږي. د ټولگي کوچنۍ عدد د ښکتنې حد په نوم او لوی عدد د هماغه ټولگي د پورتنې حد په نوم ياديږي. لکه په ټولگي کې 30 - 21 چې له 21 تر 30 لوستل کيږي ښکتنی حد يې 21 او پورتنی حد يې 30 دی.

**د ټولگي درجه:** د بحث وړ ټولگي د ښکتنې حد اوسط او د مخکينيو ټولگيو پورتنی حد د ښکتنې سرحد په نوم او همدارنگه د دې ټولگي د پورتنې حد اوسط او د وروستني ټولگي ښکتنی حد د اړوند ټولگي د پورتنې سرحد په نوم ياديږي. د بيلگې په ډول په ټولگي کې 60 - 51 لرو چې:

$$\text{ښکتنی سرحد} = \frac{60 + 41}{2} = 50.5$$

$$\text{پورتنی سرحد} = \frac{51 + 70}{2} = 60.5$$

په شمېرو کې اوږده يا متمادي ټولگي چې د مخکني ټولگي پورتنی حد او د وروستني ټولگي ښکتنی حد او همدارنگه د مخکني ټولگي پورتنی حد د وروستني ټولگي له ښکتنې حد سره يو شان دي، په يوه ټولگي پورې اړوند حد او سرحد هم له يوبل سره مساوي دي. په ځينو حالاتو کې د ډېر کوچني ټولگي ښکتنی حد (او ښکتنی سرحد) او يا د ډېر لوی ټولگي پورتنی حد (او پورتنی سرحد) خلاص او يا نا معین وي.

**دټولگي (صنف) واټن:** د يوه ټولگي واټن د هماغه ټولگي د ښکتنې حد توپير د مخکني ټولگي له ښکتنې حد څخه عبارت دی. د بيلگې په ډول په دوو مخکينيو ټولگيو کې د هر ټولگي واټن له 10 نمره څخه عبارت دی. په بيلگه کې د دواړو ټولگيو د پورتنی حد تر منځ توپير هم 10 نمرې دي. په اوږدو يا متمادي شمېرو کې د ټولگيو واټن ټول يو شانته دی او

د (ګډ واټن) په نوم ياديږي.

د ټولګيو واټن کولای شو د هغوی د اوسط تر منځ د توپير په پام کې نيولو سره هم  
سنجش کړو.

**د ټولګي (صنف) پراخوالی:** د ټولګي پراخوالی د هماغه ټولګي د پورتنی سرحد او ښکتنی  
سرحد ترمنځ له توپير څخه عبارت دی. دبیلګې په ډول په ټولګي کې 60 - 51 لرو چې:

$$60,50 - 50,5 = 10,0$$

د ټولګي پراخوالی

په دې بیلګه کې د ټولګي واټن او د ټولګيو پراخوالی یوله بل سره مساوي دي خو  
دا حالت به په ټولو ځایونو کې صدق ونه کړي. په ځانګړي توګه په هغه حالاتو کې چې  
شمېرې او ټولګي سره غیر متمادي وي یعنې اوږدې نه وي.

**د ټولګي (صنف) فریکونسي:** د یوه ټولګي فریکونسي د هغو پېښو (واقعاتو) او  
کتنو (مشاهداتو) له زیات تکرار څخه عبارت ده، چې په هماغه ټولګي پورې اړه لري. لکه  
په څلورم جدول کې د ټولګي (فریکونسي) 60 - 51 عبارت له ۱۲ تنو محصلینو څخه دي.  
یعنې د ۵۰ تنو محصلینو له جملې څخه ۱۲ تنه یې له 60 - 51 پورې د نمر لرونکي دي.  
**د ټولګي (صنف) منځ یا وسط:** د یوه ټولګي وسط یا منځنی ټکی د هماغه ټولګي د  
حدودو له اوسط څخه عبارت دی. دبیلګې په ډول د ټولګي اوسط یا وسط له 60 - 51 څخه  
عبارت دی یعنې:  $\frac{51+60}{2} = 55,5$  (د ټولګي وسط)

د فریکونسي په عددي وېشنه کې ستونزې: کله چې وغواړو د فریکونسي یو جدول  
جوړ کړو له څو عمده ستونزو سره مخامخ کېږو یو له دغو ستونزو څخه د ټولګيو د  
مناسب شمېر یا تعداد ټاکل دي.

که څه هم په دې برخه کې کومه عمومي قاعده شتون نه لري. د امکان تر حده باید  
هڅه وشي تر څو له سم قضاوت څخه کار واخیستل شي. د ټولګيو شمېر نباید هغومره ډېر  
وي چې د ټولګيو فریکونسي ګانې و نه توانېږي سمبال شي. ځکه د شمېرو د تصنیف او  
ترتیب اساسي موخه د هغوی د ویشې د څرنګوالي او ښې تشخیص کول دي. همدارنګه د  
ټولګيو شمېر نباید هغومره لږ وي چې شمېرې له لازم حد څخه زیاتې لنډې یا خلاصه کړو  
چې ځینې ګټور معلومات له لاسه ورکړو.

په عمل کې باید کوشښ وشي چې د ټولګيو شمېر له پنځو څخه لږ او له پنځلسو څخه

زیات نه وي.

د ټولګیو د ټاکلو لپاره کولای شو په ځینو ځایونو کې له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.

$$K = 1 + 3,3 \text{Log}n$$

چې په دې ځای کې په کار اچول شوې نښې یا علایم  $K$  د ټولګیو اټکل شوی شمېر  $n$  او د واقعاتو یا مشاهداتو مجموعي شمېر په نمونه کې (د فریکونسي مجموعه) اعشاري  $\text{Log}$  (معمولي لوگارتم د ۱۰ پر پایه یا قاعده باندې دی. کله چې د ټولګیو شمېر وټاکل شو، د ټولګی وټن هم کیدای شي وټاکو، د زیاتې آسانی او سهولت له پاره په وروستیو سنجشونو او عملیو کې باید د ټولګیو وټن پر یوه ښه عدد تبدیل شي. او د امکان په صورت کې د فریکونسي یو جدول باید د ټولګیو د ټولګی وټن (ګډ وټن) ترتیب شي ځکه د دغه وټن ګډوالی، داسې چې وروسته به یې ووینو د ټولګیو د فریکونسيو ګانو پرتله او همدارنګه د ځینو احصایوي مقیاسونو سنجش او تطبیق آسانوي.

**د فریکونسي د ویشني گرافيکي څرګندونه:** د فریکونسي وېشنه کولای شو د گرافونو په مرسته هم څرګنده کړو. د احصایوي شمېرو او معلوماتو گرافيکي څرګندونه (څرنگه چې په مخکني څپرکي کې مطالعه شوه) په بیلابیلو بڼو او ډولونو ترسره کېږي. د فریکونسي د ویشني څرګندونه په درې معمولي بڼو د هستوگرام یا مستطیلي گرافونو، بارچارت او د پالکن د فریکونسي د متن په مرسته وي.

**هستوگراف:** دیوه احصایوي گراف د فریکونسي یو هستوگراف یا هستوگرام له یو شمېر مستطیلونو څخه جوړ شوی دی. لکه:

**الف-** مستطیلونه په عمودي ډول پر افقي محور ( $x$ محور) باندې داسې ځای پرځای شوي دي، چې د هغوی عرض د ټولګیو (صنفونو) د وټن له اندازې سره مساوي او دهغوی وسط د ټولګیو د وسطي ټکي پر سر وي.

**ب-** د مستطیلونو شمېر د ټولګیو له شمېر سره سم د فریکونسي په یوه وېشنه کې وي.

د یو هستوگرام په ترسیم کې باید لاندې ټکي په پام کې ونیول شي:

**الف-** د ټولګیو فریکونسي د ( $y$ ) په عمودي محور کې او ټولګی یا د ټولګی وټن د ( $x$ ) په وسطي محور کې وضع شي. د ویشني هستوگرام ۵-۳ جدول د ۱-۳ په کارکې څرګند شوي دي.

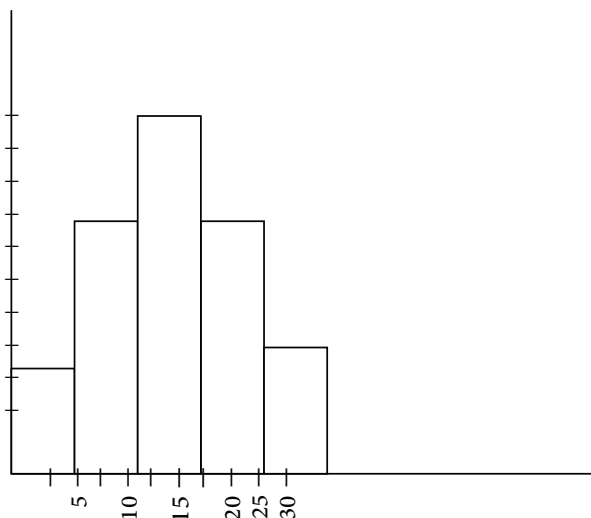
د  $y$  د محور مقیاس بندي باید له صفر سره پیل او له انقطاع پرته دوام پیدا کړي.

**ب-** په افقي محور کې باید یو وټن د ټولګیو د نیم یا یوه بشپړ وټن په اندازه د مستطیل په دواړو خواوو کې کیښودل شي.

د بیلګې په ډول: د ۲۳ تنو محصلینو د ریاضي مضمون نمرې په لاندې جدول کې ترتیب

شوی دي، د هغه هستوگرامونه ترسیم کړی.

| ټولګي   | د ټولګيو وسط | فريکونسي |
|---------|--------------|----------|
| 1 - 5   | 3            | 2        |
| 6 - 10  | 8            | 5        |
| 11 - 15 | 13           | 8        |
| 16 - 20 | 18           | 5        |
| 21 - 25 | 23           | 3        |



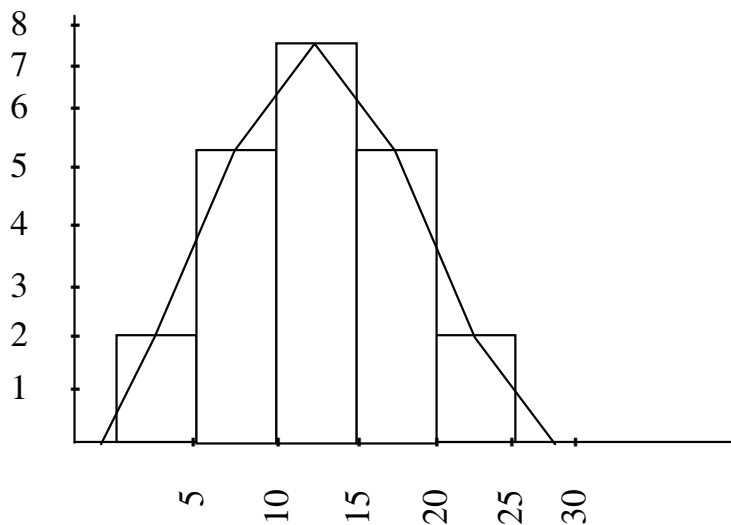
### د پالګن فريکونسيو ګانو منحني:

د فريکونسي وېشنه د پالګن د فريکونسي د منحني په وسيله هم کولای شو څرګند کړو. په هغه صورت کې چې د فريکونسي هستوگرام رسم شوی وي دا منحني په آسانۍ سره کولای شي د رسم د ټکو په نښلولو سره مستطيلونه لاسته راوړي.

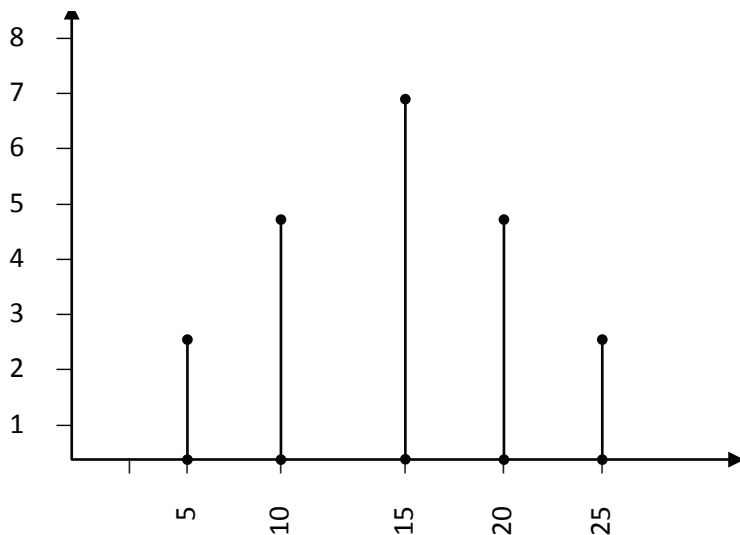
زياتره وختونه، د پالګن د فريکونسي منحني له مستطيل يا مستقيمو کرښو پرته څرګندېږي. البته اوس د هغه د رسمولو طريقه آسانه ده. د ټولګيو د وسطي ټکو او د هر ټولګي د اړوندې فريکونسي په نظر يو شمېر ټکي لاسته راځي، که چيرې دغه ټکي له يو بل سره ونښلوو د پالګن فريکونسي لاسته راځي.

څرنګه چې په شکل کې ليدل کېږي د پالګن د فريکونسي پای په دواړو لورو کې له افقي محور سره نښلول شوی دی. د دې منظور لپاره په فرضي ټولګيو کې وسطي ټکي په پام کې نيسو د افقي محور پر مخ يې په نښه کوو او د منحني انجام له مستقيمې کرښې

سره يې نښلوو.



د بار چارت گراف: د يوې فريکونسي د ویشنې د خرگندولو بله لار د بارچارت د گراف په وسيله ده. په دوو لاندې بڼو کې د مستطيلونو پر ځای عمودي کرښې انځورېږي. د هرې عمودي کرښې پایې د ټولگي پر وسطي ټکي باندې په افقي محور کې ځای په ځای شوي، او د هغې د اړوندې فريکونسي ارتفاع ښيي.



الف - نسبي او غونډې شوې يا متراکمې (مجموعي) فریکونسي: د يوه ټولګي نسبي فریکونسي د هماغه ټولګي د فریکونسي نسبت د ټولو ټولګيو د فریکونسي له مجموع څخه عبارت دی او معمولاً په فیصدی څرګندېږي، مثلاً د لومړي ټولګي نسبي فریکونسي زموږ مخکینی بیلګه عبارت ده له:

$$\text{نسبي فریکونسي} = \frac{\text{د لومړي ټولګي فریکونسي}}{\text{د فریکونسي و مجموع}} \times 100$$

$$\text{د لومړي ټولګي فریکونسي} = \frac{2}{33} \times 100 = 8.69\%$$

ب- غونډ شوي يا متراکمې (مجموعي) فریکونسي: د متراکمې يا مجموعي فریکونسيو وېشنه په دوو لارو ښودل کېږي، یعنې د متزایدې (زیاتیدونکې) متراکمې فریکونسي وېشنه او د ښکته کیدونکې (متناقصې) متراکمې فریکونسي وېشنه ترسره کېږي. په متزایدو فریکونسيو ګانو کې له لومړنۍ فریکونسي يا د ټولګي له کوچنۍ فریکونسي څخه پیل شوې او په ترتیب سره د هر وروستي ټولګي له فریکونسي سره جمع او د اړوند ټولګي پر وړاندې ځای پرځای شوي دي. لکه:

د ۲۳ تنو محصلینو د نمر و د متزایدې متراکمې فریکونسي جدول

| نومرې   | د فريکونسي (شمېر) | متزايدہ متراکمه فريکونسي |
|---------|-------------------|--------------------------|
| 1 - 5   | 2                 | 2                        |
| 6 - 10  | 5                 | 7                        |
| 11 - 15 | 8                 | 15                       |
| 16 - 20 | 5                 | 20                       |
| 21 - 25 | 3                 | 23                       |
| مجموع   | 23                |                          |

په دويم حالت کې، يعنې د متناقصې يا متوالي متراکمې فريکونسي په ترتيبولو کې، ټولې فريکونسي گانو مجموع د لومړي ټولگي پر وړاندې ځای په ځای شوي دي او په ترتيب سره د هر ټولگي فريکونسي د پاتې شوو له مجموع څخه تفریق او د اړوند ټولگي په وړاندې ليکل شوي دي. لکه: د لومړي ټولگي نزولي متراکمه فريکونسي ۲۳ يعنې د فريکونسي مجموع منفي د لومړي ټولگي له فريکونسي څخه او په همدغه ترتيب سره د هغو فريکونسيو له حال څخه وروستي ټولگي هم تفریق کيږي او په همدغه ډول تر پنځم ټولگي پورې وړاندې ځي، چې له ۳ تنو محصلينو سره مساوي کيږي او په جدول کې په مفصله توگه ښودل شوي دي.

د ۲۳ تنو محصلينو د نومرو د نزولي متناقصې متراکمې فريکونسي جدول

| متزايدہ متراکمه فريکونسي | فريکونسي (شمېر) | د (ټولگي) نومرې |
|--------------------------|-----------------|-----------------|
| 23                       | 2               | 1 - 5           |
| 21                       | 5               | 6 - 10          |
| 16                       | 8               | 11 - 15         |
| 8                        | 5               | 16 - 20         |
| 3                        | 3               | 21 - 25         |
|                          | 23              | مجموع           |



## د درېيم څپرکي د مطالبو لنډيز

په درېيم څپرکي کې د شمېرو د بررسۍ او تحليل اړوند ټول موضوعات د موضوع بيا وپېشنې (د فريکونسي وپېشنې) په مرسته وې. په نوموړي څپرکي کې د شمېرو تشرېحي معيارونو او مقياسونو په خپل وار سره د اړوندو شمېرو څرنگوالي او معلومات راټول کړي او د راټولو شوو شمېرو سربيره امکان لري يو، دوه يا زيات متحوله په ځان کې راونغاړي لکه شمېرې د يو شمېر وگړو د قد، وزن يا عمر، د يو شمېر کارگرانو تنخوا يا اجورې، د يوه ټولگي د ۵ تنو محصلينو د آزموينې نومرې په يوه مضمون کې او داسې نورو په اړه ټولې شمېرې يا اعداد يو متحوله وي..

په زياتره ځايونو کې د دوو يا زياتو متحولونو تر منځ اړيکې په احصايه کې د بحث لپاره مطرح کيږي د يو متحوله شمېرو په توضيح او تشرېح کې د زمان عامل ډيدخل نه وي د درې ډولونو عمده اندازه گيرۍ د مقياس غوښتنه کوي. دا مقياس د فريکونسي وپېشنه، اوسط نيونه او د بحث وړ شمېرو انحراف يا خورتيا (پراگندگي) څخه عبارت دي.

که چيرې شمېرې داسې وي چې مخکې هم وويل شول په دې منظور بايد نظر د هغوی اندازې او کميت ته ترتيب او توضيح شي. دغه عمليه د پېښيدلو(وقوع) بيا وپېشنې يا د فريکونسي وپېشنې په نوم ياديږي. که څه هم په مخکني څپرکي کې د احصايوي تحقيقاتو د پړاوونو په اړه په مختصره توگه بحث وشو او د فريکونسي د راټولونې په اړه اساسي عمليې په مفصله توگه او په عملي بيلگو سره په پاتې برخو کې تر مطالعې لاندې راځي.

## د درېم څپرکي پوښتنې

- ۱- د فریکونسي د ویشني مفهوم په مختصره توګه تشریح کړئ؟
- ۲- دغه  $11,57,34,22+48)17,95,38,27,7$  شمېرې یا اعداد ترتیب کړئ او د شمېرو پراختیا(وسعت) یې تثبیت کړئ؟
- ۳- لاندې اصطلاحات تعریف کړئ؟ د ټولګي حدود، د ټولګي ښکتنی سرحد، د ټولګي واټن، د ټولګي وسط، د ټولګي فریکونسي.
- ۴- د ۷۵ تنو محصلینو نومرې لاندې په جدول کې تصنیف شوې دي، د هغوی زیاتیدونکې (صعودي) فریکونسي پیدا کړئ؟

| ټولګی   | F  | F صعودي |
|---------|----|---------|
| 0 - 10  | 5  |         |
| 11 - 20 | 10 |         |
| 21 - 30 | 15 |         |
| 31 - 40 | 20 |         |
| 41 - 50 | 25 |         |
|         | 75 |         |

- ۵- احصایوي جدول تعریف کړئ، په څو ډوله دي د هغه د مهمو ټکو نوم واخلى؟
- ۶- د ۸۰ تنو محصلینو نومرې په لاندې ډول ورکړل شوي دي، د هغوی نزولي متناقصه فریکونسي پیدا کړئ؟

| ټولګی   | F  | F فریکونسي |
|---------|----|------------|
| 0 - 10  | 5  |            |
| 11 - 20 | 10 |            |
| 21 - 30 | 15 |            |
| 31 - 40 | 20 |            |
| 41 - 50 | 30 |            |
|         | 80 |            |

### د مرکزي گرځيدني (گردش) مقیاسونه

#### عمومي موخه:

د شمېرو يا اعدادو د بيلابيلو اوسطونو لاسته راوړل او ټاکل

د زده کړې موخې: د دې خپرکي په پای ته رسيدو او زده کيدو سره محصلين کولای شي:

- د اوسطونو ډولونه توضیح او معرفي کړي.
- د شمېرو يا اعدادو حسابي اوسط لاسته راوړي او د حسابي اوسط خواص معرفي کړي.
- د شمېرو يا اعدادو هندسي اوسط محاسبه کړي.
- د شمېرو هارمونيکي اوسط محاسبه کړي.
- ميديان يا د فريکونسي وسط تعريف او محاسبه کړي.

### د مرکزي گرځيدني (گردش) مقیاسونه

اوسطونه: په مخکني خپرکي کې مو ولوستل چې په نمونې يا کتنو (مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنگه راټولې، ترتيب او څرگنديدي شي، د فريکونسي وېشنه البته نه يواځې د شمېرو منسجم کول او د راټولولو لار ده، بلکې توضیحي او تشریحي مقیاس هم دی په زیاترو ځايونو کې يواځې يو مقیاس يا يوې مشخصې ته اړتيا لرو تر څو هغې ته په کتو سره د بلې لړۍ يا سلسلې شمېرې مطالعه کړو. دا عدد باید له هغو ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي چې د هغې په وسيله تشریح کيږي، په دې منظور نوموړی عدد باید تمايل او همدارنگه د لړۍ يا سلسلې د شمېرو وېشنه د يو مرکزي يا وسطي ارزښت په شاو خواکې وښيي. له دې پلوه استازی عدد د (مرکزي گرځيدني مقیاس) په نوم يا معمولاً د اوسط په

نوم يادوي. په بل عبارت د يو سلسله شمېرو اوسط عبارت دی له:   
 يو ارزښت يا يو عدد دی چې له ټولو شمېرو څخه استازيتوب وکړي او څرنگه چې دا   
 عدد د کميت يا څومره والي له پلوه د اړوندو شمېرو د لړۍ يا سلسلو په وسط يا مرکز کې   
 ځای لري ځينې وختونه د مرکزي تمايل (گرايش) د مقياس په نوم هم ياديږي.   
 اوسطونه د هغوی د رياضي صبغې (رنگ) له پلوه په دوو عمده گروپونو ویشل کېږي:   
 لومړی گروپ هغه چې د حساب او سنجش له مخې د شمېرو د اوسط په حيث راوځي   
 او دويم گروپ چې منځنی موقعيت لري.   
 لومړی گروپ په: حسابي اوسط، هندسي اوسط، مربعي اوسط او هارمونيکي اوسطونو   
 کې شامل دي.

او دويم گروپ ميديان (د فريکونسي وسط) مود (د فريکونسي زياتوالی) او داسې نور   
 په ځان کې رانغاړي، چې په دې څپرکي کې له نوموړو اوسطونو څخه هر يو تر بحث لاندې   
 راولو. خو مخکې له هغه بايد د  $\Sigma$  علامه چې په زياتره په عباراتو او احصايوي افادوکې   
 په کارېږي توضيح شي. دغه علامه چې د سيمگا په نوم ياديږي، معمولاً د مجموع يا جمع   
 کولو په مفهوم په کارېږي.

د بيلگې په ډول: که لس عدده ولرو او هر يو يې په  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  افاده کړو   
 او وغواړو د دغو اعدادو مجموع پيدا کړو. کولای شو وليکو  $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = \sum_{i=1}^{10} x_i$    
**حسابي اوسط:** حسابي اوسط د ډيرو ساده او معمولي اوسطونو له ډول څخه عبارت دی.   
 د يوې لړۍ يا سلسلې د شمېرو حسابي اوسط د اړوندو شمېرو يا اعدادو له مجموع څخه   
 د هغوی د شمېر يا تعداد له تقسيم څخه عبارت دی. که اندازه يا کچه په  $n$  او شمېرې يا   
 اعداد په  $(x)$  او حسابي اوسط په  $\bar{x}$  وښيو د شمېرو يا اعدادو حسابي اوسط عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

معمولاً که اته عدده 20, 5, 8, 13, 7, 2, 15, 10 ولرو نو حسابي اوسط به يې عبارت وي.

$$\bar{x} = \frac{10 + 15 + 2 + 7 + 13 + 8 + 5 + 20}{8} = \frac{80}{8} = 10 \text{ له:}$$

د حسابي اوسط خواص: د حسابي اوسط د سنجش کولو په دې ساده طرز کې بايد څو   
 ټکي په نظر کې ولرو:

الف- حسابي اوسط له ټولو شمېرو يا اعدادو څخه استازيتوب کوي د ترتيب شوو شمېرو د لړۍ يا سلسلې وسطي عدد بايد د پرتلنې وړ وي.

ب- که چېرې د حسابي اوسط ارزښت د لړۍ له ټولو شمېرو سره بدل کړو د شمېرو يا اعدادو مجموع بدلون نه کوي، ځکه  $\bar{x} = \sum x$  يا  $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ .

ج- د حسابي اوسط بل عمده خصوصيت دا دی چې د انحراف يا د شمېرو د توپير مجموع پر هغه باندې صفر کيږي.

لکه: د مخکنيو اتو (8) عددونو په اړه لرو چې:

$$\begin{aligned} \sum (x - \bar{x}) &= (x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_8 - \bar{x}) = 0 \\ &= (10 - 10) + (15 - 10) + (2 - 10) + \dots + (20 - 10) = 0 \end{aligned}$$

که څه هم د حسابي اوسط پورتنی فورمول ډېر ساده دی، خو زیاتره وخت د هغو شمېرو په اړه چې د هغوی شمېر يا تعداد لږ وي په آسانی سره تطبیقيږي، خو که چېرې د شمېرو تعداد ډېر زیات شي د مجموع کولو ساده عملیه ډیره ستونزمنه او تقریباً ناممکنه کيږي. که چېرې د شمېرو تعداد زیات وي د اړوندو شمېرو د فریکونسي د ویشني یو ساده او اغیزمن روش تشکیل او له هغه وروسته د حسابي اوسط سنجش کوي.

د فریکونسي په یوه توزیع کې د حسابي اوسط دري عمده لارې شتون لري. یعنې:

۱- اساسي لاره يا طريقه

۲- د فرضي اوسط لار يا طريقه

۳- د کود بندۍ لاره يا طريقه

۱- اساسي لاره: دا لاره يا طريقه د مخکنۍ بیلگې په اړه یعنې د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د نومرو پایلې توضیح کوي. دا طريقه څلور ساده پړاوونه تر بحث لاندې نیسي.

الف- (x) يا د ټولگيو وسط تثبيت کړئ.

ب- د (x) د ټولگي وسط او (F) پورې د اړوندو فریکونسيو گانو حاصل ضرب یعنې (Fx) پیدا کړئ.

ج- د (Fx) مجموع یعنې  $(\sum Fx)$  باید پیدا کړئ.

د- وروسته دغه مجموع د فریکونسيو گانو پر مجموع باندې تقسیم کړئ. چې په دې ځای

کې  $n = \sum F$  وي په پایله کې حسابي اوسط عبارت دی له:

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{\sum F}$$

د ۱۳۷۷ نه تر ۱۳۷۸ پورې د ۵۰ تنو محصلينو د رياضي مضمون د نومرو د پايلو د حسابي اوسط سنجش (په اساسي طريقه)

| د محصلينو نومري | د فریکونسي گانو تعداد f | د ټولگي ووسط x | Fx    |
|-----------------|-------------------------|----------------|-------|
| 21 - 30         | 5                       | 25,5           | 127,5 |
| 31 - 40         | 7                       | 35,5           | 248,5 |
| 41 - 50         | 4                       | 45,5           | 182   |
| 51 - 60         | 12                      | 55,5           | 666,0 |
| 61 - 70         | 8                       | 65,5           | 524   |
| 71 - 80         | 7                       | 75,5           | 52,85 |
| 81 - 90         | 4                       | 85,5           | 342   |
| 91 - 100        | 3                       | 95,5           | 286,5 |
| مجموع           | 50                      | -              | 2905  |

$$\bar{x} = \frac{\sum Fx}{F} = \frac{2905}{50} = 58,1$$

د فرضي اوسط لاره يا طريقه

د حسابي اوسط د موندنې لنډه لار يا د فرضي اوسط طريقه د هغه د رياضي په خصوصياتو باندې متکي ده. څرنگه چې په مخکيني فورمول کې وويل شول د شمېرو د توپير مجموع نظر د هغوی حسابي اوسط ته مساوي په صفر کېږي، نو په دې اساس کيدای شي ووايو چې د شمېرو د توپير او يوې لړۍ مجموع نظر بل هر عدد ته د هغوی له اوسط نه پرته به د صفر په خلاف وي.

لکه: د مخکينۍ بيلگې د ۸ عددونو په اړه مو وليدل چې  $\bar{x} = 10$  ،  $\sum (x_1 + \bar{x}) = 0$  و اوس يو بل عدد لکه: ۱۳ د يوه فرضي اوسط په توگه انتخاب کړئ، په (x) يې افاده کړئ د هر عدد توپير يا انحراف نظر دغه ته حسابي فرضي اوسط نوموو.

$$d = x_1 - A$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (x_1 - A) + (x_2 - A) + \dots + (x_8 - A)$$

$$\sum d = \sum (x_1 - A) = (10 - 13) + (15 - 13) + (2 - 13) + (7 + 13)$$

$$+ (13 - 13) + (8 - 13) + (5 - 13) + (20 - 13)$$

$$= -3 + 2 - 11 - 6 + 0 - 5 - 8 + 7$$

$$- 33 + 9 = -24$$

د توپير مجموع يا د مجموع انحراف له (-۲۴) څخه عبارت دی او د هغې په اساس وسطي توپير يا وسطي انحراف عبارت دی له: که چيرې فرضي رابطه نظر دغه وسطي انحراف ته د هغه په فورمول کې وضع کړو حسابي رابطه لاسته راځي:

$$\bar{d} = \frac{\sum d}{n} = \frac{-24}{8} = -3$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum d}{n}$$

$$\bar{x} = 13 + \frac{-24}{8} = 10$$

$$\bar{x} = 10$$

کولای شو نوموړی فورمول په لږ اندول يا تعديل سره د تصنيف شوو شمېرو په اړه پکار واچوو په دغه صورت کې کولای شو وليکو.

$$d = x - A \quad , \quad \bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$$

په دې ځای کې نښې يا علايم عبارت دي له: A يو فرضي اوسط، F د ټولگي فريکونسي، d د ټولگيو وسط انحراف يا فرضي اوسط A او  $\sum F$  د فريکونسي گانو مجموع. پورتنی فورمول په مخکينۍ بيلگه کې يعنې د رياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلينو د آزمويڼې پايلې پيدا کوو.

په ۱۳۷۸ کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د نومرو د پایلو د حسابي اوسط  
سنجش په فرضي اوسطه طریقه

| د ټولګیو د<br>محصلینو نمرې | د فریکونسي<br>تعداد F | د ټولګي وسط<br>X | وسطي انحراف<br>d | د فریکونسي او انحراف<br>مجموعه Fd |
|----------------------------|-----------------------|------------------|------------------|-----------------------------------|
| 21 - 30                    | 5                     | 25.5             | - 30             | - 150                             |
| 31 - 40                    | 7                     | 35.5             | - 20             | - 140                             |
| 41 - 50                    | 4                     | 45.5             | - 10             | - 40                              |
| 51 - 60                    | 12                    | 55.5             | 0                | 0                                 |
| 61 - 70                    | 8                     | 65.5             | + 10             | 80                                |
| 71 - 80                    | 7                     | 75.5             | +20              | 140                               |
| 81 - 90                    | 4                     | 85.5             | + 30             | 120                               |
| 91 - 100                   | 3                     | 95.5             | + 40             | 120                               |
| مجموعه                     | 50                    |                  |                  | + 130                             |

څرنګه چې په جدول کې لیدل کېږي لومړی د ټولګیو وسط تثبیتوو او د هغوی له جملې  
څخه یو د A د فرضي اوسط په توګه انتخابوو. په دې ځای کې 5, A = 5 دی. له وسطی  
انحراف څخه وروسته ټولګی نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته سنجش کوو.  
بالاخره د هر ټولګي د فریکونسيو د حاصل ضرب مجموع له اړوند انحراف سره پیدا  
کوو او په پایله کې لرو چې:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$$

$$\bar{x} = 55,5 + \frac{150}{50}$$

$$\bar{x} = 55,5 + 2,6 = 58,7$$

د کود بندۍ لاره یا طریقه:

که چیرې د ټولګي واټن د فریکونسي په یوه وېشنه کې ګډ وي کولای شو حسابي اوسط  
ډېر ژر او آسانه سنجش کړو. کله چې د ټولګي واټن ګډ وي د وسط(انحراف) تر منځ  
توپیر په یوه ټولګي کې د هغه له بل ټولګي سره ثابت او د ټولګي له پراخوالي یا وسعت  
سره مساوي وي. د فریکونسي په وېشنه کې زموږ د بحث وړ بېلګه چې په مخکینۍ  
بېلګه کې ښودل شوې د ګډ انحراف ۱۰ نومرې د ټولګیو د وسط ترمنځ او د ټولګیو له  
پراخوالي(وسعت) سره مساوي دی.



له دې پلوه د يوه ټولگي انحراف نظر بل ټولگي ته کولای شو د ټولگيو د واټن په اساس افاده کړو.

د حسابي اوسط سنجش د کود بندۍ د طريقې په وسيله يا په لنډه توگه د لاندې عمليو په مرسته ترسره کيږي:

۱- لکه مخکينۍ طريقه د مرکزي ټولگي له وسط څخه يو د A فرضي اوسط په توگه انتخابوو.

۲- انحراف نظر انتخاب شوي فرضي اوسط ته د ټولگي د واټن پر واحدونو څرگنديږي.

۳- د هر ټولگي انحراف نظر فرضي اوسط ته يا د اړوند ټولگي ضرب شوې فريکونسي د Fd په ستون يا خانه کې څرگند شوی دی.

۴- د لړۍ يا سلسلې مجموع انحراف له فرضي اوسط څخه د ټولگي د واټن پر واحدونو باندې د هر ټولگي د انحراف له حاصل جمع څخه د هغه له فريکونسي سره يعنې  $\sum Fd$  لاسته راتلای شي.

۵- که چيرې مجموعي انحراف (د فريکونسي) پر تعداد وويشو وسطي انحراف لاسته راځي.  $\frac{\sum Fd}{\sum F}$  وسطي تعداد دی چې نظر هغه ته اړوند قيمتونه د ټولگي د واټن د واحدونو له فرضي اوسط څخه انحراف لري. بايد د دويم ځل لپاره د C ټولگي د گډ واټن اندازه ضرب شي. تر څو وسطي انحراف په اصلي واحدونو تبديل شي يعنې:

$$\frac{\sum Fd}{\sum F} \cdot C$$

بالاخره د A د فرضي اوسط په زياتولو سره په پورتنی فورمول کې مطلوبه حسابي اوسط لاسته راځي په هغه صورت کې کولای شو نوموړې طريقه په لاندې توگه تر کتنې لاندې راولو.

$$\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F}$$

همدارنگه کولای شو نظر فرضي اوسط ته انحراف د لاندې فورمول په مرسته پيدا کړو.

$$\bar{d} = \frac{\bar{x} - A}{C}$$

**بيلگه:** نوموړې طريقه په مخکينۍ بيلگه يعنې درياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلينو د آزمويڼې پايلې وگورو.

په ۱۳۸۷ کال کې د ۵۰ تنو محصلینو د ریاضي مضمون د آزمویني د پایلو حسابي اوسط سنجش

| د ټولګيو نمرې | فريکونسي F | د ټولګي وسط X | انحراف نظر فرضي اوسط ته | Fd   |
|---------------|------------|---------------|-------------------------|------|
| 21 - 30       | 5          | 25,5          | - 3                     | - 15 |
| 31 - 40       | 7          | 35,5          | - 2                     | - 14 |
| 41 - 50       | 4          | 45,5          | - 1                     | - 4  |
| 51 - 60       | 12         | 55,5          | 0                       | 0    |
| 61 - 70       | 8          | 65,5          | 1                       | 8    |
| 71 - 80       | 7          | 75,5          | 2                       | 14   |
| 81 - 90       | 4          | 85,5          | 3                       | 12   |
| 91 - 100      | 3          | 95,5          | 4                       | 12   |
| مجموعه        | 50         |               |                         | + 13 |

نو د ۵۰ تنو محصلینو د آزمویني د پایلو حسابي اوسط نظر د کودبندي طریقې ته عبارت دی له:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum Fd}{\sum F} \cdot C$$

$$\bar{x} = 55,5 + \left(\frac{13}{50}\right) \cdot 10$$

$$\bar{x} = 55,5 + (0,26) \cdot 10$$

$$\bar{x} = 58,1$$

دروند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط: په ځینو ځایونو کې د مناسب اوسط پیدا کول اړین دي، تر څو هرې کتنې (مشاهدې) یا عدد ته ځانګړی وزن یا دروندوالی ورکړل شي. په دې حالت کې بهتره ده چې حسابي اوسط ته (دروند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط) اصطلاح ورکړل شوې وای. د بیلګې په ډول فرض کړئ ۱۰ کورنۍ هره یوه په کال کې ۶۰۰۰ ۴ څلور کورنۍ هره یوه ۸۵۰۰ او یوه کورنۍ ۱۲۵۰۰ افغانۍ عاید لري په دې حالت کې د حسابي اوسط د سنجش لپاره بهتره ده د هرې کورنۍ د عاید نسبي اهمیت په پام کې ونیول شي. په دې منظور باید نوموړو عوایدو ته د اړوندو کورنیو له شمېر یا تعداد سره دروندوالی (ثقلت) او وزن ورکړل شي لکه لاندې فورمول:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum wx}{\sum w}$$

په دې ځای کې  $x$  د هر عدد قیمت، یعنې د کورنیو عایدات،  $w$  وزن یا دروندوالی چې ښه عاید ورکول کیږي یعنې په هر عاید پورې اړوند د کورنیو شمېر او  $X_n$  دروند یا ثقلت لرونکی حسابي اوسط چې په پورتنۍ بیلگه کې عبارت دی له:

$$xw = \frac{(60 \times 10) + (85 \times 4) + (12,5 \times 1)}{10 + 4 + 1} = \frac{1065}{15} = 71$$

**هندسي اوسط:** د یو سلسله شمېرو هندسي اوسط یعنې  $x_1, x_2, \dots, x_n$  د نوموړو شمېرو د حاصل ضرب له جذر څخه عبارت دی. یعنې په تصنیف شوو شمېرو کې هندسي اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[n]{(x_1)(x_2) \dots (x_n)}$$

$G$  له هندسي اوسط څخه عبارت دی،  $n$  په نمونه کې د کتنو (مشاهداتو) یا شمېرو تعداد،  $x$  د شمېرو قیمت د بیلگې په ډول د درې عددونو ۲، ۴ او ۸ هندسي اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

په داسې حال کې چې د هغه حسابي اوسط:  $\bar{x} = \frac{2+4+8}{3} = 4.7$  وي.

په عمومي توګه د مثبتو شمېرو د هرې سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط څخه لوی وي. مګر دا چې د سلسلې ټولې شمېرې له یو بل سره مساوي وي. که چیرې د سلسلې شمېرې ټولې یو شان وي د نوموړې سلسلې حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له یو بل سره مساوي وي.

$$\neq G \leq \bar{x}$$

**هارمونيکي اوسط:** که چیرې د یوې ورکړل شوې سلسلې شمېرې معکوسې کړو د هغوی حسابي اوسط سنجش کوو او د دویم ځل لپاره معکوس نیول کیږي. د هغه پایله د هارمونيک اوسط په نوم یادوي.

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

د بیلګې په ډول د لاندې شمېرو ۲،۴،۸ هارمونیکي اوسط عبارت دی له:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{4+2+1}{8}} = \frac{3}{\frac{7}{8}} = \frac{3 \cdot 8}{7} = \frac{24}{7} = 3.4$$

مربعي اوسط: مربعي اوسط د کتنو (مشاهداتو) یا شمېرو مربع او یا د حسابي اوسط

مربع له جذر څخه عبارت دی یعنې:

$$x^{-2} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

د بیلګې په ډول د 1, 3, 4, 5, 7 شمېرو مربعي اوسط عبارت دی له:

$$x^{-2} = \sqrt{\frac{1^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 7^2}{5}} = \sqrt{\frac{100}{5}} = 4.27$$

میدیان (د فریکونسي اوسط): تر اوسه پورې مو چې کوم اوسطونه مطالعه کړل هغه سنجش شوي اوسطونه دي، چې نظریولو شمېرو یا کتنو (مشاهداتو) ته د مشخص فورمولونو په مرسته یوه نښه یا نمونه محاسبه کېږي. پر خلاف د دې په ځینو ځایونو کې د سنجش شوو اوسطونو پر ځای د شمېرو یا کتنو (مشاهداتو) وسطي موقف لکه میډیان، د فریکونسي وسط یا مود (د فریکونسي زیاتوالی یا کثرت)، چې وروسته به مطالعه شي.

میدیان یوه لړۍ یا سلسله شمېرې چې نظر د هغوی کمیت ته سمبال شوي، یا د نوموړې لړۍ یا سلسلې له وسطي (منځنۍ) عدد څخه عبارت دی. په بل عبارت میډیان د هغه عدد له قیمت څخه عبارت دی، چې اړونده لړۍ یا سلسله داسې په دوو برخو ویشي، چې لږ تر لږه د لړۍ پنځوس فیصده اجزاء مساوي یا له هغه څخه لویه وي.

د بیلګې په ډول:

10, 2, 6, 4, 8, 7, 9, 6, 3

باید په یاد ولرو چې د میډیان په تثبیت کې لومړی باید له ټولو څخه شمېرې یا اعداد ترتیب کړو.

پورتنۍ شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له:

2, 3, 4, 6, 6, 7, 8, 9, 10

میدیان د تعریف له پلوه د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې ځای پر ځای شوی وي، یعنې ۶ دی.

همدارنگه په لاندې شمېرو کې: 9, 12, 7, 15, 5, 18, 5 چې شمېرې له ترتیب څخه وروسته عبارت دي له: 5, 5, 7, 9, 11, 12, 15, 18

په پورتنۍ بیلگه کې د شمېرو توکیز (اجزایي) شمېر ۸ عدده دي او د هغوی په وسط کې یو واحد عدد شتون نه لري بلکې دوه عدده ۹ او ۱۱ ځای پر ځای شوي دي په دې حالت کې د میډیان ارزښت د هغو دوو عددونو له وسط څخه عبارت دی چې د لړۍ یا سلسلې په وسط کې واقع شوې دي، یعنې:

$$Med = \frac{9+11}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

**د دوو پورتنیو بیلگو په پام کې نیولو سره کولای شو داسې نتیجه گیری وکړو :**

په یوه سلسله ترتیب شوو شمېرو کې چې د هغوی توکیز (اجزایي) شمېر طاق وي. میډیان د هغه عدد له ارزښت څخه عبارت دی، چې په منځ کې ځای پر ځای کیږي. که چیرې د یوې لړۍ یا سلسلې توکیز (اجزایي) شمېر جفت وي د هغه میډیان د هغو دوو شمېرو له اوسط څخه عبارت دی چې د اړوندې سلسلې په وسط کې واقع شوی دی. د فریکونسي په یوه وېشنه کې، د تصنیف شوو شمېرو میډیان کولای شو په لاندې طریقه پیدا کړو. د تصنیف شوو شمېرو میډیان د لاندې فورمول په مرسته سنجش کیږي.

$$Med = L_i + \left( \frac{\frac{\sum f - \sum fi}{2}}{F_m} \right) \cdot C$$

**چې په دې ځای کې:**  $L_i$  د میډیان د ټولګي ښکتنی سرحد (ښکتنی حد په هغه صورت کې چې شمېرې اوږدې یا متمادي وي)،  $n$  د فریکونسي مجموع یا  $(\sum F)$ ،  $(\sum F)$  د میډیان په ټولګي کې د مخکې فریکونسي گانو له مجموع څخه عبارت دی،  $F_m$  د میډیان د ټولګي له فریکونسي څخه عبارت دی او  $C$  د میډیان د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی. **بیلگه:** میډیان د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزمویني پایلې د حسابي اوسط په سنجش کې پیدا کولو. د فورمول په مرسته د میډیان د پیدا کولو لپاره باید لومړی لاندې پړاوونه ووهو.

۱- لومړی باید د  $\frac{\sum F}{2}$  قیمت پیدا کړو، یعنې:

$$\frac{\sum F}{2} = \frac{(50)}{2} = 25$$

۲- زیاتیدونکې (صعودي) متراکمه فریکونسي باید ترتیب کړو او د جدول په درېیم ستون کې باید ولیکل شي.

۳- د میدان پړاوونه باید وټاکو چې د هغه د متراکمې فریکونسي لومړنی ټولگی له  $\frac{\sum F}{2}$  څخه زیات وي. په بل عبارت لومړنی ټولگی چې  $\frac{\sum F}{2}$  د هغې په متراکمه فریکونسي کې شامله وي، داسې چې په جدول کې لیدل کیږي، د څلورم ټولگی متراکمه فریکونسي چې ۲۸ کسان دي له ۲۵ کسانو څخه زیات دي. نو څلورم ټولگی میدان یادېږي.

۴- د میدان د ټولگی ښکتنی سرحد باید تثبیت شي، یعنې:

$$Li = \frac{51 + 50}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$$

۵- د میدان له ټولگی څخه مخکې د فریکونسي گانو مجموع (د مخکني ټولگی متراکمه فریکونسي) عبارت دي له:

$$\sum Fi = 5 + 7 + 4 = 16$$

۶- د میدان د ټولگی د واټن اندازه، یعنې  $C = 31 - 21 = 10$

۷- د میدان د ټولگی فریکونسي دې وټاکل شي یعنې:  $Fm = 12$

چې د هغه پورتنی پړاوونه کولای شو د لاندې جدول لپاره په لاندې توگه تشریح کړو.

په ۱۳۷۸ کال کې درياضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزمویني د پایلو د میدان سنجش

| د ټولگیو نمرې | فریکونسي F | صعودي متراکمې فریکونسي گانې |
|---------------|------------|-----------------------------|
| 21 - 30       | 5          | 5                           |
| 31 - 40       | 7          | 12                          |
| 41 - 50       | 4          | 16                          |
| 51 - 60       | 12         | 28                          |
| 61 - 70       | 8          | 36                          |
| 71 - 80       | 7          | 43                          |
| 81 - 90       | 4          | 47                          |
| 91 - 100      | 3          | 50                          |
| مجموع         | 50         |                             |

اوس لاسته راغلي قيمتونه په فورمول کې وضع کوو:

$$Med = Li + \left( \frac{\sum F - \sum Fi}{Fm} \right) \cdot C$$

$$= 50.5 + \left( \frac{25 - 16}{12} \right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left( \frac{9}{12} \right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + 7.5$$

$$Med = 58.0$$

$$1. \quad \frac{\sum F}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

۲. صعودي متراکمي فریکونسي گانې دې ترتيب شي:

۳. (51-60) يعني د ميديان ټولگي دې تثبيت شي.

$$۴. \quad Li = \frac{50 + 51}{2} = 50.5 \quad \text{د ټولگي بسکتني سرحد}$$

$$5. \quad \sum Fi = 5 + 7 + 4 = 16$$

$$6. \quad C = 31 - 21 = 10$$

$$7. \quad Fm = 12$$

مود ( د فریکونسي زياتوالي يا کثرت)

مود په يوه سلسله شمېرو کې له هغه عدد يا قيمت څخه عبارت دی، چې له بل هر عدد يا قيمت څخه زيات څرگندېږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت څخه عبارت دی چې زياتره معمول وي. په ځينو لړيو يا سلسلو کې امکان لري يو يا څو موده شتون ولري يا حتی پرته له مود څخه وي، لکه:

2, 1, 3, 4, 4, 5, 7, 8

په پورته لړۍ کې مود د 4 عدد دی، ځکه چې له نورو شمېرو څخه زيات څرگند شوی دی او په دې لړۍ کې يو مود شتون لري. په داسې حال کې چې د نورو شمېرو په لړۍ کې يعني:

2, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 10, 11, 11, 15

په پورته لړۍ کې دوه موده شتون لري او د 9 او 11 له عددونو څخه عبارت دي او د لاندې سلسلې پر خلاف:

3, 5, 4, 6, 7, 9, 10

مود شتون نه لري، ځکه چې هر عدد يواځې يو ځل څرگند شوی. په تصنيف شوو

شمېرو کې کولای شو موډ د الجبري فورمول په وسیله سنجش کړو.  
د تصنیف شوو شمېرو موډ د لاندې فورمول په وسیله لاسته راټلای شي.

$$Med = L_i + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$$

چې په دې ځای کې ورکړل شوې نښې یا علایم عبارت دي له:

$L_i$  - د موډ د ټولګي ښکتنی سرحد.

$\Delta_1$  - د موډ د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه د مخکني ټولګي له فریکونسي سره.

$\Delta_2$  - د موډ د فریکونسي توپیر د هغه د وروستي ټولګي له فریکونسي سره.

C - د موډ د ټولګي د واټن له اندازې څخه عبارت دی.

د فورمول په مرسته د موډ د سنجش کولو لپاره لومړی باید د موډ ټولګی په اړونده وېشنه کې وټاکو. د موډ ټولګی په یوه وېشنه کې له هغه ټولګي څخه عبارت دی چې د زیاتې فریکونسي لرونکي وي او زموږ په مخکینۍ بیلګه کې د څلورم ټولګي د ریاضي په مضمون کې د ۵۰ تنو محصلینو د آزمویني د نمرې سنجش ټاکل یعنې (۵۰.۵) نمرې دي.  
د موډ د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له مخکیني ټولګي سره، یعنې (8 - 4 = 12) همدارنګه د موډ د ټولګي د فریکونسي توپیر د هغه له وروستي ټولګي سره، یعنې (8 - 12 = 4) دی. د موډ د ټولګي د واټن اندازه ۱۱ = ۳۱ - ۲۰ دی.

د پورتنیو قیمتونو په وضع کولو سره په دغه فورمول کې لرو چې:

$$Med = L_i + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \cdot C$$

$$Med = 50.5 + \left( \frac{8}{8+4} \right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left( \frac{8}{12} \right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + \left( \frac{80}{12} \right) \cdot 10$$

$$= 50.5 + 6.66$$

$$Med = 57.16$$

کارتیل (څلور یو)، دسیل (لس یو) او پرسائیتل (سل یو)

که چېرې یوه سلسله شمېرې نظر کمیت ته ترتیب شوې وي، د اړوندې سلسلې وسطي



ارزښت يا ميديان په دوو مساوي برخو ويشي.

که چيرې د ورکړل شوې سلسلې نور ارزښتونه په څلورو مساوي برخو وويشي دا ارزښتونه معمولاً په  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  افاده شوي او د لومړي کارتيل، دويم کارتيل او درېيم کارتيل په نومونو يادېږي.

په تصنيف شوو شمېرو کې لومړی کارتيل د لاندې فورمول په وسيله سنجش کېږي.

$$Q = Li + \left( \frac{\frac{n}{4} - \sum Fi}{Fq_1} \right) \cdot C$$

پورتنی فورمول د ميديان د موندنې له فورمول سره زيات ورته والی لري. په دې ځای کې نښې يا علايم عبارت دي له  $Q_1$  لومړی کارتيل،  $L_1$  د لومړي کارتيل د ټولگي ښکتنی سرحد،  $\sum F_1$  د ټولگيو د فريکونسي مجموع د لومړي کارتيل له ټولگي څخه مخکې (د مخکيني ټولگي متراکه فريکونسي)،  $Fq_1$  د لومړي کارتيل د ټولگي فريکونسي او  $C$  د کارتيل د ټولگي د واټن اندازه.

**بيلگه:** په مخکينۍ بيلگه کې، يعنې د ۵۰ تنو محصلينو د نمر و سنجش د رياضي په مضمون کې لومړی کارتيل عبارت دی له:

$$\frac{n}{4} = \frac{\sum F}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

ليدل کېږي چې د  $\frac{n}{4}$  قيمت د درېيم ټولگي په متراکه فريکونسي کې ورگډه ده، نو په دې اساس د لومړي کارتيل ټولگی له (50 - 41) نمر و څخه عبارت دي.

$$Li = 40.5$$

$$\sum Fi = 5 + 7 = 12$$

$$\sum Fi = 4$$

$$C = 10$$

نو له همدغې لارې څخه کولای شو د دويم او درېيم کارتيل ارزښت هم سنجش کړو او درېيم کارتيل کولای شو د لاندې فورمول په مرسته پيدا کړو.

$$Q_3 = Li + \left( \frac{\frac{3n}{4} - \sum Fi}{Fq_3} \right) \cdot C$$

همدارنگه يو سلسله شمېرې او يا د يوې فريکونسي وېشنه کولای شو په ارزښتونو

یعنی په لسو مساوي برخو او لس یو یا (دسیلونو) یا په سلو مساوي برخو (سل یووم او یا پرسانتیلونو) وویشو او د دسیلونو او پرسانتیلونو د موندنې لار د کارتیلونو د میدان د موندنې له طریقو سره ورته یا مشابه دي.

مثلاً: لس یو یا لومړی دسیل  $D_1$  د لاندې فورمول په وسیله پیدا کیږي:

$$D_1 = Li + \left( \frac{\frac{n}{10} - \sum Fi}{FD_1} \right) \cdot C$$

فرضاً شپږم دسیل  $D_6$  عبارت دی له:

$$D_6 = Li + \left( \frac{\frac{6n}{10} - \sum Fi}{FD_6} \right) \cdot C$$

او اووم پرسانتیل  $D_7$  عبارت دی له:

$$D_7 = Li + \left( \frac{\frac{7n}{100} - \sum Fi}{Fq_7} \right) \cdot C$$

باید پام وکړو چې د دسیلونو په سنجش کې د فریکونسي مجموع په ۱۰ او د پرسانتیلونو په سنجش کې په ۱۰۰ وېشل کیږي.

## د څلورم څپرکي د مطالبو لنډيز

په مخکيني څپرکي کې مو وليدل چې په نمونې يا کتنو(مشاهداتو) پورې اړوندې شمېرې څرنگه راټولې، ترتيب او څرگنديږي.

(د فريکونسي وېشنه) البته د فريکونسي وېشنه نه يواځې د شمېرو د منسجم کولو او راټولونې لار ده، بلکې تشریحي او توضیحي مقیاس هم دی. په زیاتو ځایونو کې یواځې یو مقیاس یا تشریحي مشخصې ته اړتیا لرو او نظر هغې ته د بلې سلسلې شمېرې مطالعه کوو.

دا عدد باید له هغو ټولو شمېرو څخه استازیتوب وکړي چې د هغې په وسیله تشریح کیږي. په دې منظور نوموړی عدد باید تمایل (گرایش) او همدارنگه د سلسلې د شمېرو وېشنه د وسطي يا مرکزي یوې برخې په شاو خواکې وښيي. له دغو دوو عددونو څخه استازی د مرکزي تمایل (گرایش) مقیاس په نوم یا معمولاً د (اوسط) په نوم یادېږي. په بل عبارت د یو سلسله شمېرو اوسط له یوه قیمت یا یوه عدد څخه عبارت دی چې له ټولو شمېرو څخه استازیتوب وکړي.

اوسطونه د هغوی د ریاضي اړخونو له پلوه په دوو عمده گروپونو باندې ویشل کیږي. د هغه په لومړي گروپ کې حسابي، هندسي، هارمونيکي او مربعي اوسطونه شامل دي چې په مفصله توگه مطالعه شوي او د هغه دویم گروپ میدیان(د فريکونسي وسط)، مود(د فريکونسي زیاتوالی یا کثرت) او داسې نور رانغاړي، چې هغوی هم په دې څپرکي کې په مفصله توگه تر مطالعې او بررسی لاندې راغلي دي.

## د څلورم څپرکي پوښتنې:

- ۱- اوسطونه څه مفهوم لري او په څو گروپونو وېشل شوي دي ؟
- ۲- د لاندې شمېرو حسابي اوسط او هندسي اوسط سنجش او پرتله کړئ؟  
3 , 5 , 6 , 7 , 10 , 12
- ۳- د نوموړو شمېرو هارمونیکي او مربعي اوسط هم پیدا کړئ او د څلور ډولو اوسطونو پرتله څنگه نتیجه گيري کوي؟
- ۴- د ۱۰۰ تنو محصلينو د رياضي مضمون د آزمويڼې پایلې په لاندې توگه ورکړل شوې دي.

| نمري     | د محصلينو شمېر |
|----------|----------------|
| 31 - 40  | 7              |
| 41 - 50  | 11             |
| 51 - 60  | 35             |
| 61 - 70  | 37             |
| 71 - 80  | 17             |
| 81 - 90  | 8              |
| 91 - 100 | 5              |
| مجموع    | 100            |

الف- د محصلينو حسابي اوسط سنجش کړئ.

۱- ه طریقه

ب- د نوموړو شمېرو میدیان او مود پیدا کړئ؟

### د خوړېدو (پراگندګۍ) مقیاسونه

عمومي موخه:

د خوړېدو (پراگندګۍ) د مقیاسونو توضیح او تعریف

د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي:

- انحراف یا خوړېدنه (پراگندګۍ) توضیح کړي.
- د شمېرو (اعدادو) وسعت یا پراخ والی لاسته راوړي.
- د انحرافاتو ډولونه توضیح او محاسبه کړي.

### د انحراف یا خوړېدلو مقیاسونه

انحراف یا خوړېدل: په تیرو څپرکو کې د اوسطونو او فریکونسیو د ویشنې په اړه اړین توضیحات او تشریحات ورکړل شوي دي او له هغوی څخه مو هر یو په مفصله توګه مطالعه کړل. که څه هم د یوه اوسط عمده ځانګړنې دادې چې د یوې لړۍ یا سلسلې له ټولو کتنو (مشاهداتو) یا شمېرو څخه په ښه توګه استازیتوب وکړي خو د اړوندې سلسلې ټولې شمېرې په عمومي ډول د سنجش شوي اوسط په څیر ارزښت نه لري. دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره د انحراف وسطي ارزښت یا مرکزي ارزښت لرونکي دي، چې د هغوی دغه توپیر د انحراف یا خوړېدا په نوم یادېږي. د انحراف یا خوړېدو اندازه په ځینو ویشنو کې کیدای شي زیاته یا لږه وي.

البته د شمېرو د خورېدو (پراگندگۍ) او متحول سنجش زیاتې طریقې شتون لري چې په دې څپرکي کې له هغوی څخه ځینې چې له پراخوالي (وسعت)، د کارتیلونو په نظر انحراف، وسطي انحراف، معیاري انحراف او د انحراف ضریب څخه عبارت دي. مطالعه کوو.

**پراخوالی (وسعت):** د انحراف یا خوږدوا ډېر ساده مقیاس د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپیر څخه عبارت دی، لکه:

پراخوالی یا وسعت په لاندې شمېرو کې 2, 3, 5, 7, 11, 29, 35 عبارت دي

$$\text{له } 35 - 2 = 33$$

په تصنیف شوو شمېرو کې پراخوالی یا وسعت د کوچني ټولگي د ښکتنی حد تر منځ او د لوی ټولگي د پورتنی حد تر منځ له توپیر څخه عبارت دی.

**نظر کارتیلونو ته انحراف:** نظر کارتیلونو ته انحراف په یوه وېشنه کې د کارتیلونو تر منځ پراخوالی (وسعت)، د هغه د درېیم کارتیل او لومړي کارتیل ترمنځ له توپیر څخه عبارت دی یعنې:

$$QD = Q_3 - Q_1$$

زیاتره وخت د پراختیا (وسعت) په ځای د کارتیلونو ترمنځ د دې پراختیا (وسعت) اوسط سنجش او د کارتیلونو د وسعت اوسط یا د کارتیلونو د انحراف په نوم یادېږي یعنې:

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

**وسطي انحراف:** وسطي انحراف یا انحراف نظر اوسط ته څرنگه چې له نامه څخه یې څرگندېږي، د انحراف له حسابي اوسط یا د یوې سلسلې د شمېرو مطلقه توپیر نظر یوه وسطي عدد ته لکه حسابي اوسط یا له میدیان څخه عبارت دی.

په تصنیف شوو شمېرو کې وسطي انحراف په هغه صورت کې چې  $\bar{x}$  وسطي ارزښت وي د لاندې فورمول په وسیله سنجش کېږي.

$$MD = \frac{\sum(x - \bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

چې په دې ځای کې MD وسطي انحراف، x د یوې لړۍ یا سلسلې شمېرې،  $\bar{x}$  حسابي اوسط، n د شمېرو تعداد او d یا  $x_i - \bar{x}$

د بیلگې په ډول: د 2, 3, 6, 8, 11 شمېرو انحراف پیدا کړئ.

لومړی باید د شمېرو حسابي اوسط سنجش شي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2+3+6+8+1}{5} = 6$$

وروسته د شمېرو مطلقه انحراف نظر اوسط ته محاسبه کوو.

$$MD = \frac{(2-6) + (3-6) + (6-6) + (11-6) + (8-6)}{5} = \frac{14}{5} = 2.8$$

یعنې ورکړل شوې شمېرې ۸.۲ په اندازه له حسابي اوسط څخه انحراف لري.

کولای شو وسطي انحراف نظر میدیان ته هم سنجش کړو یعنې:

$$AD = D = \frac{\sum (y - med)}{n}$$

لکه: په پورتنیو شمېرو کې میدیان د ۶ عدد دی. څرنگه چې  $\bar{x} = med$  دی په دې بیلگه کې دواړه ډوله وسطي ارزښتونه مساوي دي.

همدارنگه کولای شو وسطي انحراف په تصنیف شوو شمېرو کې د لاندې فورمولونو څخه د یوه فورمول په وسیله سنجش کړو.

$$MD = \frac{\sum F(x - \bar{x})}{F} = \frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

$$AD = \frac{\sum F(x - med)}{\sum F} = \frac{\sum F(d)}{\sum F}$$

په دوو پورتنیو فورمولونو کې  $F$  د ټولگیو فریکونسي،  $x$  د ټولگیو وسط،  $\bar{x}$  او  $med$  په ترتیب سره حسابي اوسط او د ویشني اړوند میدیان دي. د تمرین لپاره دوه نوموړي فورمولونه د مخکینۍ بیلگې په اړه، یعنې د ۵۰ تنو محصلینو د نمرې سنجش د ریاضي په مضمون کې تطبیق کړئ.

**معیاري یا ستندرد انحراف:** معیاري یا ستندرد انحراف د انحراف ډېر مهم مقیاس دی او نظر اوسط ته د انحراف یوه ځانگړې بڼه ده. د معیاري انحراف او وسطي انحراف ترمنځ توپیر دا دی چې په لومړني کې د انحراف مربع نظر حسابي اوسط ته سنجول کیږي، په داسې حال کې چې دویم یې له مطلقه انحراف څخه کار اخلي. معیاري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې واریانس دی.

د واریانس معیاري انحراف په یوه سلسله شمېرو کې د لاندې فورمول په وسیله سنجش کیږي:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

په دې ځای کې  $\delta$  د گاما په نوم یوناني کوچنی توری معیاري انحراف او  $\delta^2$  واریانس افاده کوي. د بیلگې په ډول 2, 3, 6, 8, 11 شمېرو واریانس او معیاري انحراف په لاندې توګه لاسته راځي.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\delta^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2 + (8-6)^2}{5} = \frac{54}{5} = 10.8$$

$$\delta = \sqrt{\delta^2} = \sqrt{10.8} = 3.29$$

همدارنګه د لاندې فورمول په مرسته:

$$d^o = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{234}{5} - \left(\frac{30}{5}\right)^2} = \sqrt{90.8} = 3.29$$

همدارنګه د معیاري انحراف ستون هم د لاندې فورمول په وسیله پیدا کوو.

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

لکه: د ۵ مخکینو شمېرو په اړه لرو چې:

| x  | d  | d <sup>2</sup> | d = x - A |
|----|----|----------------|-----------|
| 2  | -1 | 1              | d = x - A |
| 3  | 0  | 0              | A = 3     |
| 6  | 3  | 9              |           |
| 8  | 5  | 25             |           |
| 11 | 8  | 64             |           |
|    | 15 | 99             |           |

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{93}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2}$$

$$\delta = \sqrt{10.8} = 3.29$$

د تصنیف شوو شمېرو معیاري انحراف پورتنیو فورمولونو ته ورته (مشابه) هم کولای شو په څو لارو سنجش کړو. په هغه صورت کې چې د ټولګي وسط او اړوندې فریکونسي ګانې په کار واچوو کولای شو له لاندې فورمول څخه استفاده وکړو.



$$\delta = \sqrt{\frac{\sum F(x - \bar{x})^2}{\sum F}} = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F}}$$

په دې ځای کې د F فریکونسی، x د ټولګي وسط او  $\bar{x}$  د اړوندې ویشني حسابي اوسط دی او  $d = x - \bar{x}$  وضع شوي دي دا فورمول څرنگه چې د مخکني فورمول په اړه ورکړل شوی دی کیدای شي داسې ولیکل شي:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fx^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fx}{\sum F}\right)^2}$$

$$Va = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{MD}{\bar{x}}$$

په مخکینۍ بیلګه کې مونږ په 11, 8, 6, 3, 2 شمېرو کې د هغه حسابي اوسط  $\bar{x} = 6$  او د هغه وسطي انحراف  $MD = 2.8$  پیدا کړی و، چې د هغوی په وضع کولو سره به وسطي انحراف عبارت وله، یعنې:

$$Va = \frac{MD}{\bar{x}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \quad , \quad 46.6\%$$

همدارنګه وسطي انحراف نظر میدیان ته د لاندې فورمول په مرسته پیدا کولای شو:

$$Va = \frac{AD}{x}$$

همدارنګه کولای شو د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته هم سنجش کړو چې په  $Vq$  افاده کېږي او د درېیم کارتیل او لومړي کارتیل د نسبت توپیر د هغوی پر مجموع باندې وي یعنې:

$$Vq = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_4}$$

او همدارنګه معیاري انحراف د ټولګیو د موقعیتونو په اساس، یعنې د ټولګیو د واټن په واحدونو باندې څرګندولای شو. په هغه صورت کې د ټولګیو ګډ واټن لیکو چې:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2} \cdot C$$

په دې ځای کې  $\bar{d}$  د ټولګي د واټن واحد په نظر انحراف او C د ټولګیو ګډ واټن دی باید یادونه وشي چې د پورتنیو فورمولونو د واټن ځوابونه ورته یا مشابه وي.

**نسبي انحراف (د انحراف ضريب):** د نسبي انحراف له مقياسونو څخه چې په عمل کې ډېر زيات په کارېږي، يو هم د انحراف ضريب دی. دا ضريب معمولاً په  $V$  افاده شوی چې د معياري انحراف نسبت پر حسابي اوسط باندې عبارت دی، يعنې:

$$V = \frac{\text{معياري انحراف}}{\text{حسابي اوسط}} = \frac{\delta}{\bar{x}}$$

**لکه:** که د طب د ډاکټرانو د کلني عايد ویشني معياري انحراف ۱۵۰۰ افغانۍ او د پوهنتون د استادانو ۱۰۰۰ افغانۍ وي او د لومړي گروپ د کلني عايد حسابي اوسط مثلاً ۷۵۰۰ او د دويم ۳۶۰۰ وي، وبه ليدل شي چې د استادانو په عايد کې نسبي انحراف نظر د طب د ډاکټرانو عايد ته زيات دی يعنې:

$$V_1 = \frac{1500}{7500} = 0.02 \quad , \quad 2\%$$

$$V_2 = \frac{1000}{3600} = 0.028 \quad , \quad 2.8\%$$

د خوږېدنې (پراگندگي) بل نسبي مقياس چې ډيری معمول دی، د وسطي انحراف د ضريب په نوم يادېږي. دا ضريب په لاندې  $V_a$  کې افاده شوی او د وسطي انحراف نسبت پر حسابي اوسط عبارت دی.

### د پنځم څپرکي د مطالبو لنډيز

په څلورم څپرکي کې مو د فريکونسي د ویشني توضيح او تشریح د اوسطونو په مطالعې سره مطالعه او بررسي کړه اوسط يو گټور او مهم مقياس دی او د اړوندو شمېرو د لړۍ د مرکزي تمايل د څرنګوالي په اړه د پام وړ نقش لري.

که څه هم د يوه وسط عمده خصوصيت دا دی، چې ترڅو د يوې لړۍ له ټولو کتنو (مشاهداتو) يا شمېرو څخه په ښه توګه استازيتوب وکړي. خو د لړۍ ټولې شمېرې په عمومي توګه د سنجول شوي اوسط د عين ارزښت لرونکې نه دی. دا شمېرې په متفاوتو اندازو سره له وسطي ارزښت يا مرکزي ارزښت څخه انحراف کوي، البته د انحراف او خوږېدنې (پراگندگي) اندازه او څرنګوالی نظر د ویشني ډول او اړوندې سلسلې ته فرق کوي. په دې اساس د يوې فريکونسي د ویشني د خصوصياتو يا د دوو يا څو ویشنو د پرتلنې

د زیاتې تشریح له پاره د انحراف د درجې مقیاس او اندازه گیری یا د ویشنو خوږېدنې ته اړتیا لرو.

په حقیقت کې د فریکونسي د ویشني بیلابیلې بڼې د انحراف د متفاوتو درجو او اندازو زیږنده ده، سربیره پر دې د احصایې زیاتره میتودونه او تحلیلي وسایل د انحراف له مقیاسونو او خوږېدنې (پراگندګي) څخه په خپل وار سره بناء شوي دي. د وسطي ارزښت موندنه د شمېرو د اندازې یا خوږېدو له پوهیدو پرته نظر هغه ته د لږ علمي مفهوم لرونکي وي.

غوره داده، چې سربیره په اوسطونو د تحول او خوږېدنې درجه او اندازه گیری نظر هغوی ته مطالعه شي.

په دې څپرکي کې لومړي د انحراف یا مطلقې خوږېدنه څلور ډوله مقیاسونه معرفي کېږي.

د انحراف پراخوالی (وسعت) نظر کارتیلونو، وسطي انحراف او معیاري انحراف ته د انحراف یا نسبي خوږېدل (پراگندګي) درې ډوله مقیاسونه مطالعه کېږي. د انحراف ضریب، د وسطي انحراف ضریب او د انحراف ضریب نظر کارتیلونو ته تر مطالعې لاندې راغلل.

**وسعت:** د انحراف یا خوږېدو ډېر ساده مقیاس له هغه پراخوالی (وسعت) څخه عبارت دی وسعت په یوه سلسله شمېرو کې د اړوندې سلسلې د کوچني او لوی عدد تر منځ له توپیر څخه عبارت دی. د پراخوالی (وسعت) د سنجش پیرودل (اخیستل) په یوه سلسله اړوندو شمېرو کې د هغه په ساده والي پورې تړلي دي په ځینو ځایونو کې په خاصه توګه اعظمي او اصغري حد، د قیمتونو تحول په مارکیټ کې یا د اورښت د حرارت درجه، د تولید د کیفیت یا جنسیت کنټرول، یا حتا د اوسط په اټکل یا تخمین کې په کارېږي.

**لکه:** 2, 8, 9, 10, 12 یا 10 = 12 - 2 د وسطي انحراف یا انحراف نظر اوسط ته څرنگه چې له نوم څخه یې څرګندېږي د انحراف حسابي اوسط یا د یو سلسله شمېرو مطلقه توپیر نظر یوه وسطي ارزښت ته لکه حسابي اوسط یا میدیان دی، چې د لاندې فورمول په مرسته سنجش کېږي:

$$MD = \frac{\sum(x - \bar{x})}{n} = \frac{\sum(x)}{n} = \frac{\sum(d)}{n}$$

معیاري انحراف یا ستندرد انحراف د انحراف ډېر اړین مقیاس دی او د انحراف یوه ځانګړې بڼه نظر اوسط ته ده. معیاري انحراف په خپل وار سره د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې واریانس دی او د لاندې فورمولونو په مرسته څرګندېږي.

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}} \quad , \quad \delta^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}$$

## د پنځم څپرکي پوښتنې:

- ۱- انحراف يا خورېدل په يو سلسله شمېرو(اعدادو)کې څه مفهوم لري؟
- ۲- انحراف يا مطلقه او نسبي خورېدل څه شی دی، او په څو ډوله سنجش کېدای شي؟
- ۳- پراخوالی(وسعت) او هغه شمېرې چې نه وي تصنيف شوي، د فريکونسي په يوه وېشنه کې څرنگه سنجش کېږي؟
- ۴- انحراف نظر کارتيلونو ته څه شی دی او څه مفهوم لري؟
- ۵- وسطي انحراف نظر ميدان ته سنجش کېږي؟
- ۶- معياري انحراف تعريف کړئ او په څو ډوله کيدای شي چې سنجش شي؟
- ۷- د لاندې شمېرو معياري انحراف پيدا کړئ؟ 8 , 6 , 11 9 , 6
- ۸- د فورمول په اساس د ۷۵ تنو محصلينو د نمر و معياري انحراف چې د شمېرو په جدول کې تصنيف شوي، پيدا کړئ؟

| تولگی   | F فريکونسي    |
|---------|---------------|
| 0 - 10  | 5             |
| 11 - 20 | 10            |
| 21 - 30 | 25            |
| 41 - 50 | 20            |
| میزان   | $F = 60 \sum$ |

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2}$$

- ۹- د ۷۵ تنو محصلينو د نمر و معياري انحراف په تصنيف شوي جدول کې د هغوی د ټولگيو د موقعيتونو په اساس پيدا کړئ؟

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum d^2}{\sum F} - \left(\frac{\sum Fd}{\sum F}\right)^2} \cdot C$$

| تولگی   | F             |
|---------|---------------|
| 0 - 10  | 5             |
| 11 - 20 | 10            |
| 41 - 50 | 20            |
|         | $F = 45 \sum$ |

# دويمه برخه

## د احتمالاتو تيوري

### مقدمه

د احصايې او احتمالاتو تيوري د يوې جدي اړتيا په توگه د اقتصادي او صنعتي مسايلو د حل لپاره له يوې ورځې، بلې ورځې ته شهرت لاسته راوړي او د تعليمي برنامو تطبيقول په ښوونځيو او پوهنتونو کې د احصايې او احتمالاتو له تدريس او زده کړې سره سمې تر سره کيږي.

همدا اوس په ټول افغانستان کې د رياضياتو، اقتصاد، کمپيوټر، کرنيزو علومو زدکړه د احصايې او احتمالاتو د تيوري له زدکړې سره يو ځای وړاندې ځي ځکه چې په دې ټولو تخصصي، اقتصادي، صنعتي او د رياضياتو په څانگو کې له بحثونو څخه بيلې زدکړې لکه تصادفي کميتونه، د پېښو(حوادثو) ترتيب او ترکيب او د پېښېدو احتمال نشي کيدای. د احصايې د علم د ټولو علمي څانگو له جملې څخه زياتره د احتمالاتو له تيوري څخه مرسته اخلي ځکه چې د احصايې د علم بنسټ د راټولو شوو موادو په رڼا کې منطقي او عملي تصميم نيونه او مسلم حقايق جوړوي که چيرې مسلم او موثق حقايق ميسر نه شي تصميم نيونکي وگړي به مجبور او مکلف وي تر څو د تيرو وگړو په تجربو او يا اټکلونو(حدسياتو) باندې تکیه وکړي، چې د داسې دقت او مؤثریت په ځايونو کې به لاسته راغلې پایلې په کافي اندازه د قناعت وړ نه وي، بلکې په يوې ټاکلې اندازې سره به د پېښو(حوادثو) د پېښېدو احتمال ممکن وي. هغه پایلې چې په داسې حالاتو کې لاسته راځي د دوو ډولونو تيروتو تر تاثير لاندې به وي.

يو له مخکې څخه قضاوت او ذهني قضاوتونه او له علمي تحليل او شنې څخه مخکې د تصميم نيونکو وگړو د شخصي تمايلاتو دخيلول چې په دې حالت کې تصميم نيونکی وگړی غواړي پېښې (حوادث) او اتفاقات د هغه له گټو او غوښتنو سره سم ترسره شي.

او بل په دقیقه او اصولي توګه د احتمالاتو د فن په کار نه اچونه ځکه چې احتمالات د یوه علم په اندازه چې د ریاضیاتو له جز څخه دی، د اساساتو او اصولو لرونکي دي، چې باید د علم په اندازه تر استفادې لاندې راشي او د اړتیا وړ پدیدې د علمي اوزارو او وسایلو په مرسته چې هماغه علمي قواعد او فورمولونه دي تحلیل او تجزیه شي.

په دې اساس د اقتصادي ډګر کارکوونکي د بانکدارۍ او تجارت په څانګه کې او هغه محاسبین چې د جاري حسابونو او پروژو بیلانس سنجش کوي مکلف دي تر څو د پېښو(حوادثو) او بدلونونو په هکله د احصایې او احتمالاتو د علم په اساس وړاندوینه وکړي. او تطبیقي او مطروحه پلانونه د دې علم په رڼا کې طرح کړي.

د احصایې او احتمالاتو علم پراخه ساحه او زیاتې برخې تر مطالعې لاندې راوړي. دا روښانه ده چې په یوه لنډه تعلیمي دوره کې د ادارې او حسابدارۍ په انستیتوتونو کې د دې ټولو برخو ښوونه غیرممکن او د عملي کیدو وړ نه ده، خو هغه څه چې په منظور شوي مفرداتو او د تعلیمي پلان په چوکاټ کې په نظر کې نیول شوي دي په عمومي ځایونو کې د ادارې او حسابدارۍ د انستیتوتونو فارغان کولای شي د اقتصاد د څانګو د متخصصینو او چارواکو تر نظر لاندې دندې ترسره کړي چې له لاسته راغلو پایلو څخه ډاډمن او باخبره وي.

میر محمد شاه رفیعي

د دویمې برخې عمومي موخه:

په اقتصادي امورو (چارو) کې د احتمالي بدلونونو وړاندوینه او لاسته راوړنه.

## د احتمالاتو مفاهیم

عمومي موخه:

له احتمالاتو څخه مفهوم او مطلب څه دی ؟

د زده کړې موخې: محصلین د دې څپرکي په پای کې کولای شي:

- احتمالات تعریف کړي.
- د احتمالاتو د علم مفهوم توضیح کړي.
- د احتمالاتو کلاسیک، احصایوي او هندسي مفاهیم توضیح او تشریح کړي.
- د هغو پدیدو ډولونه چې په احتمالاتو کې تر استفادې لاندې راځي، توضیح کړي.

### د احتمالاتو مفاهیم:

څرنګه چې د هندسې په علم کې تعریف، ټکی، کرښه او ټولې هندسي بڼې ډیرې پیچلي دي. په هماغه ډول د احتمالاتو د تیوري تعریف هم په واضح توګه آسانه او ساده کار نه دی. سربیره پردې ستونزې، تجربو راښودلې چې د انسان په ذهن او خیالونو کې د احتمال کلمه تر یوه ځایه اشنایي لري او د پېښو(حوادثو) د پېښېدنې احتمال له بیلګو څخه د وګړو او د وګړو د ګروپونو تر منځ د مباحثو په ترڅ کې یادېږي.

د بیلګې په ډول: ویل کېږي چې د A فوټبال ټیم په نړیوالو سیالیو کې د بریالیتوب چانس نه لري.

نن ورځ د بایلو امکان شته یا احمد په پارلماني ټاکنو کې ۸۰ فیصده د بریالیتوب چانس لري.... له دې پلوه د احتمال د ټاکلو او تثبیت لپاره له موجوده تجربو او توپيرونو

څخه استفاده کېږي خو هغه توپيرونه او تجربې چې د وگړو لخوا په کار اچول کېږي، په تېرو تجربو او يا لاسته راغلو موادو او امکاناتو باندې متکي دي، چې په تجربوي احتمالاتو (Experimental Probability) پورې اړه لري، او هم يو شمېر توپيرونه او اجرات د ارقامو او موثقيو معلوماتو له کتنې څخه پرته ترسره کېږي، چې له ذهني احتمالاتو (Theoretical Probability) څخه چې په موجوده پروگرام کې شامل نه دي عبارت دي. له دې امله چې د هر علم پېژندنه او د استعمال ځايونه په يو شمېر مفاهيمو، پيژندگلويو (متعارفاتو) او موضوعه اصولو متکي دي. نو په دې اساس په دې ځای کې هم د ځينو مفاهيمو درک او پوهېدنه حتمي او ضروري ده.

### د رياضياتو له پلوه د احتمالاتو مفهوم:

د احتمال کلمه په عاميانه ژبه کې د ممکن او ځينې وخت د گمان او اټکل په مفهوم کارول شوې ده، او نظري اړخ لري خو په علمي ژبه کې د احتمال يا نه څرگندېدنې (عدم ظهور) کلمه يوه مشخصه پايله او يوه ناڅاپي يا اتفاقي تجربه ده او دغه مفهوم د عاميانه مفهوم پر خلاف يو کميتي مفهوم دی، چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کېږي. د معاصرو رياضياتو له ميتودونو څخه په استفادې سره د تشخيص او ارزيايي (ارزونې) وړ دی. د ناڅاپي يا اتفاقي تجربو د پايلو د څرگندونې او يا نه څرگندونې درجه (ظهور يا عدم ظهور) معمولاً د فيصديو په ارقامو، پر عام کسر او يا اعشاري کسر بنودل کېږي، چې د دوو لاندې مشخصو لرونکي دي.

۱- د يوې ناڅاپي تجربې يو له ممکنه پايلو څخه د څرگندېدو يا نه څرگندېدو (ظهور يا عدم ظهور) احتمال بايد له صفر څخه لوی او له يوه څخه کوچنی وي.

۲- د ناڅاپي تجربې لپاره يوه له ممکنه پايلو څخه د څرگندېدو احتمال او د نه څرگندېدو احتمال بايد له يوه سره مساوي وي.

که چيرې :

A- د يوې ناڅاپي (اتفاقي) تجربې يو له ممکنه پايلو څخه.

$P(A)$  - د A د پايلې د څرگندېدو احتمال.

$P(\bar{A})$  - د A د پايلې د نه څرگندېدو احتمال وي.

نو:

$$1 - 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$2 - P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

او که چيرې A د پايلې د څرگندېدو يا نه څرگندېدو چانس له يو بل سره مساوي وي،



نو کولای شو د A پایلې د څرگندېدو یا نه څرگندېدو احتمال په کمیتي توګه په لاندې ډول افاده کړو:

$$P(A) = P(\bar{A}) = \frac{1}{2} = 0.5 \approx 50\%$$

د پورتنیو مطالبو د توضیح لپاره لاندنیو تعریفونو ته پاملرنه وکړئ:

a- **قطعي پدیدې (Sample):** هغو پدیدو یا پېښو ته قطعي پدېدې وايي چې پایله یې په بشپړه توګه معلومه، مشخصه او ټاکل شوې وي، داسې چې دا پایله د هغې له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه کړای شو. لکه دا چې یوه مننه د باد له امله له ونې څخه راشکېږي، حتماً د ځمکې پر مخ رالویږي او یا که د اوبو د تودوخې درجه د سانتي ګرید سلو درجو ته ورسېږي نو حتماً په بخار بدلیږي.

b- **تصادفي پدیدې:** هغو ناڅاپي پدیدو او یا پېښو ته ویل کېږي چې د آزمایشت پایله د هغه له پېښېدو څخه مخکې په قطعي توګه مشخصه نشو کړای او په دې ډول پایلو کې د ( $\emptyset$ ) سیټ غیرممکن دی، د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري اساس او بنسټ جوړوي او د مطلب د ساده کیدو لپاره فرض کېږي چې د ناڅاپي تجربو پایلو شمېر محدود (متناهي) وي.

د **بیلګې په ډول:** که په یوه کڅوړه کې دوه سرې مری، درې سپینې مری او څلور شنې مری وي او وغواړو له کڅوړې څخه یوه مری بهر کړو هیڅ کله نشو کولای ووايو چې دغه مری به کوم رنگ ولري.

c- **د نمونې فضاء:** د S ست ته د یوې تجربې د نمونې فضاء ویل کېږي په هغه صورت کې چې د تجربې ممکنه هر حالت د S ست له یوه عنصر سره سمون ولري او بالعکس د دې سیټ له عناصرو څخه هر یو له یوې تجربې سره مطابقت وکړي يعنې دا چې:

که چیرې  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ټولې د یوې ناڅاپي تجربې ممکنه پایلې وي.  
مجموعه:  $S = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$

د نمونې د فضاء په نوم لوستل کېږي. د S هر غړی یو ټکي له نمونه یي فضاء څخه نومول کېږي په بل عبارت د نمونې فضاء د یوې ناڅاپي پدیدې له ټولو ممکنه پایلو څخه عبارت دی او د نمونې فضاء هر فرعي سیټ ته یوه پېښه یا یوه پدیده وايي او همدارنګه یونامتناهي Set د حقیقي شمېرو د انټروالونو په بڼه، د ټرلې نمونې فضاء هندسي بڼې او یا حجمونه جوړوي.

### پېښه او ناڅاپي پېښه:

د نمونې فضاء هر فرعي سېټ یوه پېښه او یا پدیده نوموي او د ټولنیزو علومو له پلوه پدیده په بیلابیلو بنو د ماهیت او واقعیتونو انعکاس او تبارز وي او د ناڅاپي تجربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري اصول او بنسټ جوړوي.

که چیرې  $S$  د یوې ناڅاپي (تصادفي) تجربې د نمونې فضاء وي  $A$  یوه ناڅاپي پېښه لوستل کېږي، یواځې  $A \subset S$  دهغه پر اساس ویلی شو چې:

که  $A$  د یوې ټاکلې ناڅاپي تجربې څخه یوه پېښه وي، د دې تجربې په هرځل سرته رسولو کې ویل کېږي، د  $A$  پېښه منځ ته راغلې ده، که چیرې لاسته راغلې پایله د  $S$  غړی وي. **بیلگه:** کله چې یوه سکه پورته واچوو د ښکته راتلو په وخت یا د سکې مخ ( $R$ ) او یا د سکې شا ( $P$ ) راځي، نو په دې تجربه کې د نمونې فضاء چې دوه عنصره Set دی، په لاندې توگه ښودل کېږي.

$$S = \{P, R\} \Rightarrow n(S) = 2 = 2$$

**بیلگه:** که چیرې یوه سکه دوه ځله پورته واچوو (یا دوه سکې یوځل واچوو) د هغې د نمونې فضاء هغه سېټ دی چې له څلورو عنصرو څخه جوړ شوی وي داسې چې:

$$S = \{(R, P), (R, R), (P, R), (P, R)\} = n(S) = 2^2 = 4$$

**بیلگه:** کورنۍ درې بچیان غواړي، د نوموړو بچیانو د نمونې فضاء عبارت ده له: که زوی په  $P$  او جنۍ په  $D$  وښیو مونږ به ولرو:

$$S = \{(P, P, P), (P, P, D), (P, D, P), (P, D, D), (D, P, P), (D, P, D), (D, D, P), (D, D, D)\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 2^3 = 8$$

**Note:** که  $S$  یو سېټ وي او د  $n$  عنصر لرونکی وي د هغه د فرعي ستونو شمېر د  $2^n$  له فورمول څخه لاسته راځي، یعنې:

$$n(S) = 2^n$$

**بیلگه:** په یوه کڅوړه کې ۳ سرې مری او دوه شپې مری دي، دوه مری په ناڅاپي توگه پورته کوو د نمونې فضاء څرنګه ده.

$$n(S) = (5.2) = C_3^5 \Rightarrow$$

$$= \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

$$\Rightarrow \{R_1 R_2, R_1 R_3, R_2 R_3, R_1 g_1, R_1 g_2, R_2 g_2, R_3 g_2, g_1 g_2\}$$

## احتمال (Probability):

که چیرې د یوې پیښې د پېښیدنې لپاره، د مساعدو امکاناتو شمېر S او نا مساعدو حالات F وي.

د مساعدو او نا مساعدو د پېښیدلو احتمال عبارت دی له:  $P(F) = \frac{F}{F+S}, P(S) = \frac{S}{S+F}$

که یوه پېښه نامساعد حالت ولري، د هغه د مساعد والي احتمال (۱) دی او که چیرې پېښه مساعد حالت ونه لري، د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دی په دې اساس  $0 \leq P(S) \leq 1$  او همدارنګه:

$$P(S) + P(F) = \frac{S}{S+F} + \frac{F}{S+F} = 1$$

**د احتمال کلاسیک مفهوم:** د لرغونو علماوو په نظر د یوې ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال د مساعدو پایلو نسبت د نوموړې پیښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پایلو څخه عبارت دی. که چیرې د یوې A د ناڅاپي پیښې د څرګندېدو احتمال په  $P(A)$ ، د A د ناڅاپي پیښې د مساعدو پایلو شمېر په  $N(A)$  او د A د ناڅاپي پیښې د ممکنه پایلو شمېر په  $N(S)$  وښیو نو کولای شو د احتمالاتو لرغونی (کلاسیک) مفهوم د یوه عمومي فورمول په اساس په لاندې توګه افاده کړو.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

**بیلګه:** د ادارې او حسابدارۍ انستیتوت د محاسبې په څانګه کې ۱۰۰ تنه دي ۶۰ تنه نجونې او پاتې نور یې هلکان دي. که چیرې د یوه هیواد یو تحصیلي بورس دې څانګې ته ورکړل شوی وي او له محصلینو څخه یو تن په ناڅاپي توګه وټاکل شي، څومره احتمال لري چې:

الف- یوه نجلۍ په دې بورس کې کانډیده شي.

ب- یوه نجلۍ دې بورس ته کانډیده نه شي.

ج- د ټولګي اول نمبره دې بورس ته کانډید شي.

حل

$$N(S) = 100$$

$$N(A) = 60$$

$$N(B) = 40$$

$$N(\bar{A}) = 1$$

الف-

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(S)}$$

$$P(B) = \frac{60}{100} = 0.6 = 60\%$$

ب-

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.6 = 0.4 = 40\%$$

ج-

$$P(A_1) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{1}{100} = 0.01 = 1\%$$

د احتمال احصایوي مفهوم: د یوې ناڅاپي تجربې د څرگندېدو یا نه څرگندېدو احتمال د هغه په لرغوني مفهوم په دوو لاندنیو فرضیو متکي دی.

۱- د هغه ټولگي یا جمعیت د عناصرو شمېر چې تر احصایوي مطالعې لاندې راځي باید محدود وي.

۲- د ناڅاپي تجربې له پایلو څخه هر یو باید د مساوي څرگندېدو چانس ولري. زیاتره وخت په عمل کې هغه ټولگي یا جمعیتونه چې تر احصایوي مطالعې لاندې راځي د هغوی د عناصرو شمېر غیر محدود او بې شمیره زیات وي او د ټولگي د څرگندېدو قواعد او جوړ شوي عناصر ټاکل شوي نه وي (غیرمعین) وي او د هغوی د څرگندېدو یا نه څرگندېدو په اړه بشپړ معلومات په واک کې نه وي.

په داسې ځایونو کې نشو کولای د یوې ناڅاپي پیښې د څرگندېدو یا نه څرگندېدو احتمال د هغه پر لرغوني مفهوم مشخص کړو.

دا ایجابوي تر څو د A د ناڅاپي (اتفاقي) پیښې د څرگندېدو یا نه څرگندېدو احتمال د نسبي فریکونسي په مرسته مشخص شي.

که د A د ناڅاپي پیښې مطلقه فریکونسي په F(A) او د A د ناڅاپي پیښې نسبي فریکونسي په f(A) په نښه کړو، نو د ریاضي له مخې د A د ناڅاپي پیښې نسبي فریکونسي په لاندې توگه افاده کولای شو.

$$f(A) = \frac{F(A)}{n}$$

د احصایې د علماوو په عقیده که چیرې د n نمونه ورو، ورو لویه شي او بالاخره لایتناهي ته نږدې شي،

د A د ناڅاپي پیښې نسبي فریکونسي ورو، ورو یوه سرحدي ارزښت ته نږدې کیږي چې هغه کولای شو د A د ناڅاپي پیښې د څرگندېدو یو اټکلي ارزښت ومانو چې په لاندې توگه افاده کیږي:

$$\text{Limf}(A) = \frac{F(A)}{n} \approx P(A)$$

$$n \rightarrow \infty$$

**بیلگه:** یوه تصدي د موټر پرزې تولیدوي. د تصدی د تولیداتو د کنترول شعبه دنده لري تر څو د تصدی ورځني تولیدات مخکې له دې چې بازار ته وړاندې شي د تخنیکي کیفیت له پلوه تر احصایوي آزمایشت لاندې راوړي. د تصدی د کنترول آمر د ۱۰۰۰ واحدو په ساييز(اندازه) یوه نمونه د تصدی له ورځنیو تولیداتو څخه اخلي او تر بررسی لاندې یې راوړي. له اخیستل شوي نمونې څخه د هغه ۹۵۰ واحد له نورم سره سم او ۵۰ واحد نورې د نورم پر خلاف ټاکل شوي وي. که چیرې یو پیریدونکی تصدی ته مراجعه وکړي او د تصدی له ورځنیو تولیداتو څخه د نمونې په توگه یو واحد غوره کړي او د هغه تخنیکي کیفیت تر مطالعې لاندې ونیسي څومره احتمال لري چې:

**الف-** اخیستل شوی واحد د نورم پر خلاف په تولیداتو پورې اړوند وي.

**ب-** هغه واحد چې انتخاب شوی د نورم سره سم د تولیداتو له جملې څخه وي.

$$F(A) = 950$$

$$F(\bar{A}) = 50$$

**حل**

**الف-**

$$f(A) = \frac{F(A)}{n} = \frac{950}{1000} = 0.95$$

$$P(A) \approx f(A) = 0.95 = 95\%$$

**ب-**

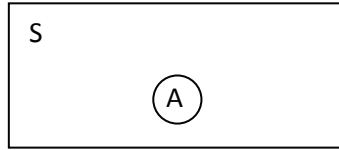
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 0.95 = 0.05 = 5\%$$

$$P(\bar{A}) = \frac{F(\bar{A})}{n} = P(\bar{A}) \approx f(\bar{A}) = \frac{50}{1000} = 0.05 = 5\%$$

**د احتمالاتو هندسي مفهوم:** یوه ناڅاپي تجربه په نظر کې نیسو چې د هغې ممکنه پایلې د S یوه هندسي بڼه جوړوي. فرض کوو چې A یوه ناڅاپي پیښه ده چې په یوې یا څو ناڅاپي تجربو پورې تړلې ده او د S د ساحې یوه برخه رانغاړي. په دې صورت کې د A د ناڅاپي پیښې د څرگندېدو احتمال د هغې د هندسي مفهوم عبارت دی له:

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(S)}$$



په پورتنی فورمول کې  $m(A)$  د  $A$  او  $m(S)$  د  $S$  د ساحې اندازه جوړوي. د احتمالاتو هندسي مفهوم د نمونې فضاء او پېښې تر منځ د رابطې مشخص کوونکې ده. بیلگه: که یو کروندگر ۳۰۰۰۰ متر مربع ځمکه پیاز کړي او له ټول حاصل څخه د ځمکې ۱۰ متر مربع د یوې بېلې موافقې له مخې، د حاصلاتو له لاسته راوړنې څخه مخکې تر ارزیابۍ لاندې راولي تر څو د پیازو د وزن او اندازې له معلومولو وروسته د هغه د پلورلو او یا اجارې په اړه تصمیم ونیسي. نوموړی کروندگر ۶۰۰۰ متره مربع ځمکه له کیمیاوي سرې (کود) څخه په استفادې او پاتې ۱۴۰۰۰ متر مربع ځمکه یې پرته له کومې سرې څخه کړلې ده. کروندگر به هغه وخت گټه ترلاسه کړي چې نمونه د ځمکې له یوې برخې سره تصادف کوي چې په هغه کې کیمیاوي سره یا حیواني سره استفاده شوې وي څومره احتمال لري :

الف- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له کیمیاوي سرې استفاده شوې ده.

ب- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې په هغې کې له حیواني سرې استفاده شوې ده.

ج- نمونه د ځمکې له هغې برخې سره تصادف کوي چې له سرې پرته کرل شوې ده.

د ټولې ځمکې مساحت  $m(S) = 30000m^2$

هغه ځمکه چې له کیمیاوي سرې سره کرل شوې ده  $m(A) = 6000m^2$

هغه ځمکه چې له حیواني کود سره کرل شوې ده  $m(B) = 10000m^2$

پرته له سرې څخه کرل شوې ځمکه  $m(C) = 14000m^2$

حل

الف-

$$P(A) = \frac{m(A)}{m(S)} = \frac{6000}{30000} = 0.2 = 20\%$$

ب-

$$P(B) = \frac{m(B)}{m(S)} = \frac{10000}{30000} = \frac{1}{3} = 0.333 = 33.3\%$$

ج-

$$P(C) = \frac{14000}{30000} = 0.4666 = 46.66\%$$

## د لومړي څپرکي د مطالبو لنډيز

د پېښود ټاکلو او تثبیت او د پېښو(حوادثو) د څرگندیدلو لپاره له هغو تجربو او توپيرونو څخه چې د وگړو لخوا په کار اچول کېږي گټه اخیستل کېږي چې له ټولو څخه زیات په تیرو تجربو او په لاسته راغلو موادو او امکاناتو متکي وي. یاد شوي مراتب په تجربوي احتمالاتو پورې اړه لري.

احتمال د نالوستي یا عامیانه له پلوه د ممکن، گمان او اټکل(حدس) په معنا کارول کېږي خو په علمي ژبه کې د ریاضي په خاصه معنا کارول کېږي چې معنا یې د یوې ناڅاپي(اتفاقي) مشخصې پایلې او یوې تجربې د څرگندېدو یا نه څرگندېدو (ظهور یا عدم ظهور) د ډاډ درجه ده.

د احتمال ریاضیکي مفهوم یو کمیټي مفهوم دی چې د شمېرو او ارقامو په مرسته افاده کېږي.

- هغه پدیدې چې د هغوی پایلې په بشپړه توگه معلومې او مشخصې وي د قطعي پدیدو یا پېښو(حوادثو) په نوم یادېږي.

- که چیرې د یوې تجربې او یا پېښې له پېښېدو څخه مخکې د هغې پایله مشخصه کړای نه شي، د ناڅاپي(تصادفي) پدیدې په نوم یادېږي چې په دې ډول پایلو کې د خالي ست حصول غیرممکن وي.

- د یوې تجربې د ممکنه ټولو پایلو څخه لاسته راغلې مجموعه د هغې تجربې د نمونه یي فضاء په نوم یادېږي او له یوې تجربې څخه د لاسته راغلو پایلو څخه هره یوه د نمونه یي فضاء یو غړی دی. او له نمونه یي فضاء څخه هر فرعي ست د یوې ناڅاپي(تصادفي) پېښې په نوم یادېږي.

که چیرې د یوې پېښې پېښېدنه مساعد حالت ونه لري، د هغې د مساعدوالي احتمال ۱ دی او که چیرې پېښه مساعد حالت ونه لري د پېښې د مساعدوالي احتمال صفر دی.

خو د پخوانیو علماوو په نظر د یوې ناڅاپي پېښې د څرگندېدو احتمال د مساعدو پایلو نسبت د نوموړې پېښې د مساوي پېښېدو (وقوع) پر ممکنه پایلو څخه عبارت دی. احتمال د احصایې له پلوه د فریکونسی په مرسته مشخص کېږي او هغه هم عبارت دی

له، مطلقه فریکونسی د دفعاتو پر شمېر باندې یعنې:

$$F(A) = \frac{F(A)}{n}$$

## د لومړي څپرکي پوښتنې

۱- یو عدد په ناڅاپي (تصادفي) توګه د  $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  نمونې له فضاء څخه غوره کېږي که چېرې د غړو احتمال مساوي وي، احتمال دی چې غوره کړل شوی عدد له ۴ څخه لږ یا طاق وي څه شی دی؟

۲- له  $a, b, c, I, z$  تورو څخه هر یو د یوه کارت پرمخ لیکو او د هغوی له ګډولو وروسته یو کارت د قرعې په ډول پورته کړو، مطلوب دی ټاکل.  
الف- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری وي.  
ب- احتمال د دې چې د کارت پرمخ ټکی لرونکی توری نه وي.

۳- په یوه قطي کې ۵ سرې مری، درې تورې مری او دوه سپینې مری دي، یوه مری په ناڅاپي توګه له قطي څخه پورته کوو.  
الف- د دې تجربې د نمونې فضاء ولیکن؟  
ب- پیدا کړئ چې دغه مری به سره وي.

۴- له صفر څخه د ۳ شمېرو له منځ څخه په ناڅاپي توګه یو عدد انتخابیږي، مطلوبه ده د هغې احتمال محاسبه چې دغه عدد د ۱ او ۲ تر منځ غوره کړل شوی وي.

۵- دوه متحدالمرکز دایرې چې د 5cm او 10cm شعارو لرونکې دي په نظر کې نیسو که چېرې غشی د هدف (کوچینۍ دایرې) په لوري ګوزار شي او سل په سله کې د لویې دایرې پر مخ د لګیدلو وړ وي، احتمال د دې چې غشی په کوچنۍ دایرې ولګي څو دی.

۶- د قطعه بازی له یوه درجن څخه یوه پاڼه (پر) په ناڅاپي توګه انتخابیږي څومره احتمال لري چې :

- الف- نوموړې پاڼه به یو غلام وي.
- ب- نوموړې پاڼه به یو طوس وي.
- ج- نوموړې پاڼه به د خښتې یوه پاڼه وي.
- د- نوموړې پاڼه به لال نه وي.
- ه- د پښې یوه پاڼه به نه وي.
- و- د خښتې لس تايي به نه وي.



### د احتمالاتو د سنجش بنسټیز قواعد

#### عمومي موخه:

د احتمالي پېښو(حوادثو) او اتفاقاتو محاسبه او سنجش

- د زده کړې موخې: د دې څپرکي په پای کې محصلین کولای شي چې:
- د ناڅاپي پېښو(اتفاقي حادثو) مفهوم توضیح کړي.
  - په احتمالاتو کې د قاعدې جمع توضیح او خپلواکې(مستقلې) ناڅاپي پېښې د قاعدې په اساس سنجش کړي.
  - په احتمالاتو کې د ضرب قاعده توضیح او له یو بل څخه د خپلواکه ناڅاپي څو پېښو پېښېدنه د دغې قاعدې په مرسته سنجش کړي.
  - د څو پېښو(حادثو) څرگندیدنه د جمع له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
  - تړلې ناڅاپي پېښې توضیح او دا ډول پېښې د جمع او ضرب له قاعدې څخه په استفادې سنجش کړي.
  - مجموعي احتمالات سنجش کړي.

په احصایوي تحقیقاتو کې د ناڅاپي پېښو د اړوندو مسایلو د څرگندولو یا نه څرگندولو احتمال یواځې یوه ناڅاپي پېښه د بحث وړ نه ده، بلکې په زیاتره ځایونو کې د دوو یا څو ناڅاپي پېښو د څرگندېدو یا نه څرگندېدو احتمال هم د علاقې وړ دي. هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو ناڅاپي پېښو څخه د یوې د څرگندېدو احتمال سنجش کېږي، د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو یا څو ناڅاپي پېښو

د یو ځای څرګندېدو احتمال سنجش کېږي د احتمال د ضرب د قواعدو (د تقاطع قواعد) په نوم یادېږي چې دواړه قاعدې د نوې ریاضي د یو سلسله نښو او سمبولونو په مرسته فورمول بندي کېږي.

که چیرې د A او B د دوو پېښو له څرګندېدو څخه د دغو دوو ناڅاپي پېښو څخه د یوې د څرګندېدو احتمال تر بحث لاندې وي د پېښو د جمع له قاعدې څخه استفاده کېږي چې په لاندې توګه افاده کېږي:

$$P(A \vee B) \Leftrightarrow P(A \vee B)$$

برعکس که چیرې د دواړو ناڅاپي پېښو د هم مهاله څرګندېدو احتمال مطلوب وي، د ناڅاپي پېښو د تقاطع له قاعدې څخه استفاده کېږي، چې د لاندې فورمول په مرسته افاده کېږي:

$$P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \wedge B)$$

د احتمالاتو د قواعدو سنجش د ناڅاپي پېښو د ډول په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو ویشل کېږي:

- د خپلواکه (مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.
- د تړلو (غیر مستقله) ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد.

د خپلواکه (مستقله) پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد

### ۱- د خپلواکه (مستقله) ناڅاپي پېښو مفهوم:

خپلواکه ناڅاپي پېښې هغه پېښې دي چې د یوې ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پېښې په څرګندیدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د یوې پېښې د څرګندېدو احتمال د بلې پېښې د څرګندېدو احتمال متاثره نه کړي. لکه: فرض کوو، په یوه لوبښي کې لس دانې مرمۍ په بشپړه توګه ورته یا مشابهه چې له یوه څخه تر لس پورې د نورو لرونکي دي شتون لري. که چیرې دوه مرمۍ په ناڅاپي توګه یو په بل پسې پورته شي او لومړۍ مرمۍ له کتو وروسته بیرته کیښودل شي د دې احتمال چې د لومړي ځل لپاره دویم نمر مرمۍ او د دویم ځل لپاره پنځم نمر مرمۍ څرګنده شي په دواړو صورتونو کې مساوي وي، که د دویم نمر مرمۍ څرګندیدنه د A د ناڅاپي پېښې په توګه او د پنځم نمر مرمۍ څرګندیدنه د B د ناڅاپي پېښې په توګه ومانو، نو د A د ناڅاپي پېښې او د B د ناڅاپي پېښې احتمال د ریاضي له پلوه تر پورته شرایطو لاندې داسې څرګندولی شو:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{1}{10}$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(S)} = \frac{1}{10}$$

په خپلواکه (مستقله) ناڅاپي پېښو کې د جمع قاعده: په هغو حالاتو کې چې د دوو يا زياتو پېښو يوځای پېښېدنه لکه A او B متحمل وي په هغه صورت کې د A د پېښېدو احتمال له B سره عبارت دی له:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

پورتني رابطه هغه مهال ممکنه ده چې A او B نښتې (متصلې) مجموعې وي يعنې گډ توکي (عناصر) ولري او د لنډ يا مختصر فورمول  $P(A \cup B) = -P(\overline{A \cap B})$  لرونکې وي.

**خصوصي حالت:** که د A او B د پېښو پېښېدنه له يو بل څخه بيل او جدا ترسره شي يعنې A او B منفصل ستونونه وي چې په غبرگه توگه پېښېدنه يوځای امکان ولري، يعنې که A پېښه شي B رامنځ ته نه شي او يا برعکس په هغه صورت کې د A د پېښېدو يا د B د پېښېدو احتمال عبارت دی له:

$$(A \cup B) \Leftrightarrow P(A \cup \overline{B}) \quad P(A \cup B) = P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(B)$$

که چيرې خپلواکې ناڅاپي پېښې له دوو پېښو څخه زياتې وي، په دې صورت کې د نوموړو پېښو اتحاد په لاندې توگه افاده کيږي:

$$P = (A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots A_n) \Leftrightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n)$$

**بيلگه:** که  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$  و  $A = \{2,3,4\}$  و  $B = \{4,5,6\}$  وي.

$$P(A \cup B) = ? \quad \text{محاسبه مطلوبه ده}$$

**حل:**

$$A \cup B = \{2,3,4,5,6\} \Rightarrow n(A \cup B) = 5$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{5}{6}$$

**بيلگه:** که  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B) = \frac{1}{5}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$  وي.

معلوم کړئ چې:

$$a - P(\overline{A}) = ?$$

$$b - P(\overline{B}) = ?$$

$$c - P(\overline{A \cup B}) = ?$$

$$d - P(\overline{A \cap B}) = ?$$

حل:

$$a - P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$b - P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$c - P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$d - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \\ = 1 - \left[ \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right] = \frac{7}{120}$$

بیلگه: په یوه لوبښي کې د بلیارد ۱۰ دانې سره توپونه، ۳۰ دانې سپین توپونه، ۲۰ دانې آسماني رنگه توپونه او ۴۰ دانې نارنجي رنگه توپونه شتون لري، یو توپ په ناڅاپي (اتفاقي) توګه انتخابیږي څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی توپ سور یا نارنجي وي.

ب- عدد سپین وي یا آسماني وي.

ج - توپ سور یا سپین یا آسماني وي.

د- آسماني نه وي.

ه- سور یا آسماني نه وي.

و- سور، آسماني او سپین نه وي.

$$N(R) = 10 \quad P(R) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$N(W) = 30 \quad P(W) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$N(B) = 20 \quad P(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$N(O) = 40$$

$$N(S) = 100 \quad P(O) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

الف-

$$P(O \vee R) \Leftrightarrow P(O \cup R) = P(O) + P(R)$$

$$P(O \vee R) = 0.4 + 0.1 = 0.5 = 50\%$$

ب-

$$P(W \vee R) \Leftrightarrow P(W \cup B) = P(W) + P(B)$$

$$P(W \vee R) = 0.3 + 0.2 = 0.5 = 50\%$$

-ج

$$P(R \vee W \vee B) = P(R \cup W \cup B) = P(R) + P(W) + P(B) \\ = 0.1 + 0.3 + 0.2 = 0.6 = 60\%$$

-د

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) \Rightarrow 1 - 0.2 = 0.8 = 80\%$$

-هـ

$$P(R \vee B) = 1 - P(R \vee B) = 1 - [P(R) + P(B)] = \\ = 1 - (0.1 + 0.2) \Rightarrow 1 - 0.3 = 0.7 = 70\% \\ P(R \vee B) = P(W \vee 0) \Rightarrow P(W) + P(0) \\ = 0.3 + 0.4 = 0.7 = 70\%$$

-و

$$P(R \vee B \vee W) = P(0) = \frac{40}{100} = 0.4 = 40\%$$

او يا

$$P(R \vee B \vee W) = 1 - P(R \vee B \vee W) = 1 - [P(R) + P(B) + P(W)] = \\ = 1 - (0.1 + 0.2 + 0.3) = 1 - 0.6 = 0.4 = 40\%$$

د خپلواکه (مستقله) ناڅاپي پېښو د تقاطع قاعده (د ضرب قاعده)

که A او B دوه خپلواکه ناڅاپي پېښې له یو بل څخه وي، د دواړو ناڅاپي پېښو د یو ځای څرگندیدنې احتمال له هغوی څخه د هرې یوې د څرگندېدو احتمال له حاصل ضرب څخه عبارت دی چې د ریاضي له پلوه کولای شو هغه په لاندې توګه افاده کړو:

$$P(A \wedge B) \Leftrightarrow P(A \cap B) \Rightarrow P(A) \times P(B)$$

که چیرې د خپلواکه (مستقله) ناڅاپي پېښو شمېر له دوو پېښو څخه زیات وي پورتنی

فورمول په لاندې بڼه پراختیا پیدا کوي:

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \dots \wedge A_n) \Leftrightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_n) \\ = P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) \dots P(A_n)$$

خو د شرطي احتمال په صورت کې (که د A احتمال پرځای د B پېښه شوې وي) په

لاندې توګه تعریف شوی دی:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) \neq 0$$

د طرفین او وسطین کولو په صورت کې لاسته راځي چې:

$$P(A \cap B) = P(B)P\left(\frac{A}{B}\right)$$

یعنې دا چې: د دوو پېښو A او B د پېښېدو احتمال له یو بل سره برابر دی یو له هغوی څخه د پېښې د احتمال د ضرب له حاصل سره ضرب په احتمال کې هغه چې د یوه له پېښېدو څخه وروسته، بله هم پېښه شي.

نوټ: که چیرې درې ناخپلواکه (غیرمستقلې) ناڅاپي پېښې د پام وړ وي د احتمال د جمع د قاعدې عمومي فورمول په لاندې ډول سره خپله بڼه بدلوي.

$$P(A \vee B \vee C) \Leftrightarrow P(A \cup B \cup C) \Rightarrow$$

$$P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap C) - P(C \cap B) - P(A \cap B) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \vee B \vee C) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C})$$

**بیلگه:** په یوې تصدۍ کې دوه پایې تولیدي ماشینونه  $M_1$  او  $M_2$  په کار اچول شوي، چې هر یو یې په یواځې یا منفرد ډول د برېښنا ساکتونه تولیدوي. د تیرو کلونو تجربې ښيي چې ۵٪ د  $M_1$  د ماشین تولیدات او ۶٪ د  $M_2$  د ماشین تولیدات له ټاکلي نورم سره سمون نه لري، که چیرې یو پیریدونکی د تصدۍ له ورځنیو تولیداتو څخه دوه واحدو د نمونې په توګه انتخاب کړي او تر احصایوي آزمایښت لاندې یې راوړي څومره احتمال لري چې لږ تر لږه د نمونې یو واحد د نورم له شرایطو سره خلاف وي.

**حل:**

$$P(M_1 \vee M_2) \Rightarrow P(M_1) + P(M_2) - P(M_1) \times P(M_2) \\ = 0.05 + 0.06 - 0.05 \times 0.06 = 0.11 - 0.003 = 0.107 = 10.7\%$$

او یا

$$P(M_1 \vee M_2) = 1 - P(\bar{M}_1 \cap \bar{M}_2) = 1 - P(\bar{M}_1) \cdot P(\bar{M}_2) \\ = 1 - 0.95 \times 0.94 = 1 - 0.893 = 0.107 = 10.7\%$$

**د تړلو ناڅاپي پېښو د احتمالاتو د سنجش قواعد**

۱- د تړلو ناڅاپي پېښو مفهوم: ناڅاپي پېښې تل له یو بل سره په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځینې وخت د یوې ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د یوې بلې ناڅاپي پېښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د پېښو مقیدوالی په دې معنا دی چې: د یوې ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د وروستۍ ناڅاپي پېښې د څرګندېدو چانس تر تأثیر لاندې راوړي. لکه: په یوه لوبښي کې درې سپینې مرمۍ او څلور تورې مرمۍ شتون لري. دوه مرمۍ پرله پسې له لوبښي

څخه را ایستل کیږي. په دې صورت کې احتمال لري چې لومړۍ انتخاب تورې مرمۍ او دویم انتخاب سپینې مرمۍ وي په یواځې یا منفرده بڼه عبارت ده له:

$$P(W) = \frac{3}{6}, P(B) = \frac{4}{7}$$

۲- په تړلو ناڅاپي پېښو کې د ضرب قواعد: فرض کوو چې  $A$  یو احصایوي جمعیت  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  د هغه جمعیت جوړ شوي توکي یا عناصر وي. که چیرې د جمعیت له جوړو شوو توکو یا عناصرو څخه دوه واحد په نظر کې ولرو.

ناڅاپي یا تصادفي ترکیبونه داسې انتخاب شي چې انتخاب شوي توکي یا عناصر له کتنو یا مشاهدې وروسته بیرته جمعیت ته پاتې نه شي، په دې صورت کې احتمال لري چې د  $A_1$  او  $A_2$  توکي یا عناصر تر انتخاب لاندې راوستل شي، عبارت دي له:

$$P(A_1 \wedge A_2) \Leftrightarrow P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2 / A_1)$$

**بیلگه:** په یوه ټولګي کې درې هلکان او دوې نجونې یوه تحصیلي بورس ته کاندید شوي دي. که چیرې پوهنځي دوه بورسونه نوموړو محصلینو ته اختصاص ورکړي وي. څومره احتمال لري چې د لومړي ځل لپاره یو هلک او د دویم ځل لپاره یوه نجلیه انتخاب شي.

$$N(S) = 5 \quad P(B \wedge G) = P(B) \times P\left(\frac{G}{B}\right)$$

$$N(B) = 3 \quad P(B \wedge G) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$$

$$N(G) = 2 \quad P(B \wedge G) = \frac{6}{20}$$

۳- په متصلو ناڅاپي پېښو کې د جمع قواعد: فرض کوو چې  $A$  او  $B$  دوه ناڅاپي پېښې دي چې د دواړو ناڅاپي پېښو یوځای څرګندیدنه د امکان وړ وي. همدارنګه فرض کوو چې انتخاب شوي توکي یا عناصر د دویم ځل لپاره جمعیت ته نه پاتې کیږي، د پورتنیو فرضیو په پام کې لرلو سره احتمال لري چې لږ تر لږه د  $A$  او  $B$  له دوو پېښو څخه یوه پېښه څرګنده شي عبارت دی له:

$$P(A \vee B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(\bar{A}) \times P\left(\frac{\bar{B}}{\bar{A}}\right)$$

که چیرې درې پېښې وي پورتنی فورمول لاندې بڼه ځانته غوره کوي:

$$P(A \vee B \vee C) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C})$$

$$= 1 - P(\bar{A}) \cdot P\left(\frac{\bar{B}}{\bar{A}}\right) \cdot P\left(\frac{\bar{C}}{\bar{A} \cap \bar{B}}\right)$$

## شرطیه احتمالات

لکه مخکې مو چې مطالعه کړل، ناڅاپي پېښې تل په خپلواکه توګه عمل نه کوي بلکې ځينې يا زياتره وخت د يوې ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د بلې ناڅاپي پېښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. مثلاً فرض کوو چې A او B دوه مقيدې پېښې دي. چې د A ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د B د ناڅاپي پېښې په څرګندیدنې پورې تړلې يا مقیده ده يا برعکس د B د ناڅاپي پېښې څرګندیدنه د A د ناڅاپي پېښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. د دا ډول تړلو يا مقيدو ناڅاپي پېښو د څرګندیدنې احتمال د شرطیه احتمالاتو په نوم ياد شوي چې کولای شو هغه د تړلو ناڅاپي پېښو د تقاطع په فورمول کې په لاندې توګه پيدا کړو.

$$P(A \wedge B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$$

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)}$$

**بیلګه:** له ۱ څخه تر ۱۰ شمېرو پورې د لسو کارتونو پر مخ ليکل شوي دي يو کارت په ناڅاپي(اتفاقي) توګه پورته کيږي.

الف- نومړی عدد پر 4 د تقسيم وړ وي.

ب- نومړی عدد پر 3 د تقسيم وړ وي.

$$N(S) = 10$$

$$N(A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}) = \frac{1}{10}$$

$$P(A) = \frac{5}{10}$$

$$P(A \wedge B) = \frac{2}{10}$$

حل:

الف-

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)} = \frac{2}{10} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

ب-

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$



## مجموعي احتمالات

ناڅاپي پيښې تل په خپلواکه توګه نه څرګندېږي، بلکې زياتره وخت د يوې ناڅاپي پيښې څرګندېدنه د بلې ناڅاپي پيښې په څرګندېدو پورې تړلې وي. په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پيښې منځ ته راځي چې د هغوی څرګندېدنه په يوې ناڅاپي پيښې پورې تړلې نه وي بلکې د  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  د بشپړو ناڅاپي پيښو په يوه سيستم پورې تړلې وي، که چيرې بشپړ معلومات له نوموړو پيښو څخه د هريوه د څرګندېدو د احتمال په اړه او د B د ناڅاپي پيښې د څرګندېدو احتمال چې د  $A_i$  د ناڅاپي پيښې په سيستم پورې تړلې يا مقيد دی، شتون ولري کولای شو د B د ناڅاپي پيښې د څرګندېدو احتمال په لاندې توګه سنجش کړو.

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \times P\left(\frac{B}{A_i}\right)$$

**بيلګه:** له څلورو ټولګيو څخه دوسوه تنه محصلين د لومړي سمسټر وروستۍ آزمويڼه په يوه تالار کې تيروي. د نوموړو محصلينو له جملې څخه ۱۰۰ تنه محصلين د لومړي ټولګي، ۵۰ تنه محصلين د دويم ټولګي، ۲۰ تنه محصلين د درېيم ټولګي او ۳۰ تنه محصلين د څلورم ټولګي څخه دي. د تيرو کلونو د تجربو په اساس د ناکامۍ احتمال په لومړي ټولګي کې ۸۰٪، په دويم ټولګي کې ۵۰٪، په درېيم ټولګي کې ۳۰٪ او په څلورم ټولګي کې ۱۰٪ دي. يو تن ممیز د زده کوونکو يوه پارچه د آزمويڼې له پای ته رسيدو څخه وروسته تر کتنې لاندې نيسي، څومره احتمال لري چې:

**الف-** نوموړی محصل به ناکام وي.

**ب-** نوموړی محصل به کامياب وي.

$$N(S) = 200$$

$$N(A_1) = 100 \quad P(A_1) = \frac{100}{200} \quad P\left(\frac{B}{A_1}\right) = 0.5$$

$$N(A_2) = 50 \quad P(A_2) = \frac{50}{200} \quad P\left(\frac{B}{A_2}\right) = 0.5$$

$$N(A_3) = 20 \quad P(A_3) = \frac{20}{200} \quad P\left(\frac{B}{A_3}\right) = 0.3$$

$$N(A_4) = 30 \quad P(A_4) = \frac{30}{200} \quad P\left(\frac{B}{A_4}\right) = 0.1$$

حل:

الف-

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1) \times P\left(\frac{B}{A_1}\right) + P(A_2) \times P\left(\frac{B}{A_2}\right) + P(A_3) \times P\left(\frac{B}{A_3}\right) + P(A_4) \times P\left(\frac{B}{A_4}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times 0.8 + \frac{5}{20} \times 0.5 + \frac{1}{10} \times 0.3 + \frac{3}{20} \times 0.1 \\ &= 0.4 + 0.195 + 0.03 + 0.015 = 0.57 = 57\% \end{aligned}$$

ب-

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.57 = 0.43 = 43\%$$

د بايز قضيه: توماس بايز د ۱۸ پيړۍ په نيمايي کې يوه قضيه تشریح کړه چې په مستقيمه توگه له شرطيه احتمالاتو سره مرتب کيده. د دې قضیې د تشریح لپاره فرض کوو چې:  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  له ناخاپي پېښو څخه يو بشپړ سيستم دی.

چې د هغې د دوو پېښو څرگندیدنه غیر ممکنه وي. په دې صورت کې د دې سيستم له پېښو څخه د هرې يوې د څرگندیدني احتمال د B په يوې ناخاپي پېښې پورې تړلی يا مفید وي او کولای شو هغه د بايز له فورمول څخه په استفادې سنجش کړو:

$$P\left(\frac{A_1}{B}\right) = \frac{P(A_1) \times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \times P\left(\frac{B}{A_i}\right)} = \frac{P(A_1) \times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)}$$

بيلگه: د مجموعي احتمالاتو په بحث کې د ورکړل شوې بيلگې په پام کې لرلو سره که چيرې فرض کړل شي چې: د آزمونې د يوې پارچې په انتخابولو سره نوموړی محصل ناکام دی. هغه پوښتنه چې د بايز د فورمول په اړه مطرح کيږي دا ده، څومره احتمال لري چې:

الف- نوموړی محصل به په دويم ټولگي کې وي.

ب- دغه محصل به په درېيم ټولگي کې وي.

ج- نوموړی محصل به په لومړي يا څلورم ټولگي کې وي.

حل:

الف-

$$\begin{aligned} P\left(\frac{A_2}{B}\right) &= \frac{P(A_2) \times P\left(\frac{B}{A_2}\right)}{P(B)} \\ &= \frac{0.25 \times 0.5}{0.57} = \frac{0.125}{0.57} = 0.21 = 21\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P\left(\frac{A_3}{B}\right) &= 1 - P\left(\frac{A_3}{B}\right) = 1 - \frac{P(A_3) \times P\left(\frac{B}{A_3}\right)}{P(B)} \\
 &= 1 - \frac{0.1 \times 0.3}{0.57} = 1 - \frac{0.03}{0.57} = 1 - 0.052 = 0.948 = 94.8\%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P\left(\frac{A_1}{B}\right) \vee P\left(\frac{A_4}{B}\right) &= \frac{P(A_1) \times P\left(\frac{B}{A_1}\right)}{P(B)} + \frac{P(A_4) \times P\left(\frac{B}{A_4}\right)}{P(B)} \\
 &= \frac{0.5 \times 0.8}{0.57} + \frac{0.15 \times 0.1}{0.57} = \frac{0.4}{0.57} + \frac{0.015}{0.15} \\
 &= 0.7 + 0.02 = 0.72 = 72\%
 \end{aligned}$$

८

## د دویم څپرکي د مطالبو لنډيز

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو يا څو اتفاقي حادثو د ښکارېدو احتمال سنجش کيږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د يو ځای د ښکارېدو د دوو يا څو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کيږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم ياديږي چې، دواړه قاعدې د نوې رياضي د نښو او سمبولونو (د ست د تيوري) په اساس فورمول بندي کيږي، يعنې که چيرې يوه پېښېدنه له بلې پېښېدني سره په يوه وخت ترسره نه شي، د لاندي فورمول په مرسته ښودل کيږي:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

که چيرې د A او B دوه عمليې يو په بل پسې سرته ورسوو په دې صورت کې د A او B دوه عمليې (هم A او هم B) کولای شو د  $n \cdot k$  په لاره (طريقه) ترسره کړو يعنې:

$$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$$

ناڅاپي پېښې په خپلواکه ناڅاپي پېښو او تړلو ناڅاپي پېښو باندې بلې شوې دي. که چيرې د يوې پېښې څرگندېدنه د بلې پېښې په ناڅاپي څرگنديدنې پورې تړلې (مقيده) نه وي دا ډول پېښې د خپلواکه ناڅاپي پېښو په نوم ياديږي. خو ناڅاپي پېښې تل خپلواکه ياديږي او همدارنگه ناڅاپي پېښې تل له يو بل څخه په خپلواکه توگه عمل نه کوي بلکې ځينې وخت د يوې ناڅاپي پېښې څرگندېدنه د بلې ناڅاپي پېښې په څرگندېدنې پورې تړلې وي. يعنې د يوې ناڅاپي پېښې څرگندېدنه د وروستۍ ناڅاپي پېښې د څرگندېدو چانس تر تاثير لاندې راولي. که چيرې د يوې ناڅاپي پېښې څرگندېدنه د بلې ناڅاپي پېښې په څرگندېدو پورې حتمي او ضروري تړلې وي د دا ډول پېښو څرگندېدنه د شرطيه احتمالاتو په نوم ياديږي.

همدارنگه په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پېښې رامنځ ته کيږي، چې د هغوی څرگنديدنه په يوې ناڅاپي پېښې پورې تړلې نه ده بلکې په اقتصادي او ټولنيزو بيلابيلو برخو کې داسې پېښې منځ ته راځي چې د هغوی څرگنديدنه په يوې ناڅاپي پېښې پورې تړلې نه وي بلکې د ناڅاپي پېښو په يوه بشپړ سيستم پورې تړلې وي، چې په دې حالت کې مونږ د اړيکو مجموعي احتمالات لرلای شو.

## د دویم څپرکي پوښتنې

۱- د یوې کورنۍ درې ماشومان زموږ مطلوب دی، احتمال لري چې لږ تر لږه د هغوی له ماشومانو څخه یوه انجلۍ وي ؟

۲- په یوه کڅوړه کې ۵ سپینې مری او ۷ تورې مری دي، له دغې کڅوړې څخه درې مری یو ځای پورته کوو احتمال لري چې :

الف- درې واړه مری سپینې وي.

ب- احتمال لري چې دوه مری سپینې وي.

ج- احتمال لري چې لږترلږه یوه مری سپینه وي.

د- احتمال لري چې لږ تر لږه دوه مری سپینې وي.

۳-  $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{5}, P(A \cap B) = \frac{1}{8}$  وي معلوم کړئ چې:

$$a - P(\bar{A}) = ?$$

$$b - P(\bar{B}) = ?$$

$$c - P(\overline{A \cup B}) = ?$$

$$d - P(\overline{A \cap B}) = ?$$

۴- که په یوکورکې د ۰،۴۱ تور او سپین ۰،۸۵ رنگه اوله دواړو څخه ۰،۲۳ تلویزیون دشته والي احتمال موجود وي ، نوڅومره احتمال لري چې پدې کور کې به لږترلږه یو له دغو دوو ډولونو څخه شتون ولري؟

۵- احتمال لري چې یو شخص د پښتورگو (گردو) تکلیف ۰،۲۳ ولري او د زړه ناراحتی ۰،۲۴ ولري او یا لږ تر لږه یو له دغو دوو ناروغیو څخه ۰،۳۸ وي. نوڅومره احتمال لري چې دواړه ډوله ناروغۍ به ولري؟

۶- په یوه جعبه کې ۱۲ دانۍ مری دي چې دوه دانې یې تورې او پاتې نورې یې سپینې دي. له دغې جعبې څخه په ناڅاپي توګه یوه مری راپورته کوو، وروسته پرته له دې چې لومړۍ مری کیږدو په ناڅاپي توګه یوه بله مری را اخلو، څومره احتمال لري چې دواړه مری تورې وي؟

۷- د یوه ریاست د څوکۍ (پست) لپاره ۴ نوماندان شتون لري، د هغو وگړو د انتخاب پایلې چې متساوی الاحتمال دي په  $1, 2, 3, 4$  او  $B = \{1, 3\}, A = \{1, 4\}$  حوادث له یو بل څخه خپلواک (مستقل) دي؟

۸- د قطعه بازی له یوه درجن څخه یوه قطعه په ناڅاپي توګه انتخاب شوې او لیدل کیږي چې نوموړې پاڼه خشت ده څومره احتمال لري چې:  
الف- نوموړې پاڼه به یو غلام وي.  
ب- نوموړې پاڼه به یو طوس وي.

۹- د زده کوونکو په یو ۱۲ نفری ګروپ کې ۸ تنه ممتاز زده کوونکي دي د ۱۲ تنو له جملې څخه د هغوی درې تنه ټاکل کیږي. احتمال په هغه صورت کې پیدا کړئ چې د انتخاب شوو زده کوونکو په منځ کې د هغوی ۵ تنه به ممتاز وي؟

۱۰- پر هدف باندې د مرمۍ د لګیدو لپاره په یوه ځل دوه فیره کیږي. که د پینځې احتمال  $0.7A$  او د پینځې احتمال  $0.8B$  وي احتمال په داسې صورت کې پیدا کړئ چې لږ تر لږه یو له هغوی څخه په هدف ولګېږي؟

### د ترکیباتو تیوري

عمومي موخه:

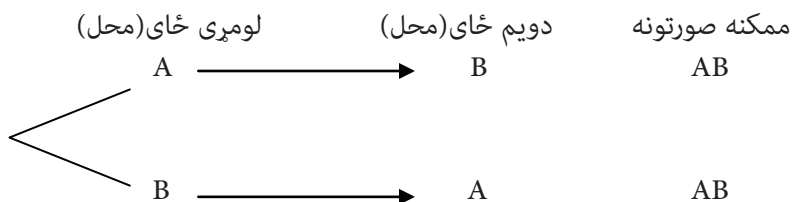
په احتمالاتو کې د ترکیبي انالیز د قواعدو تطبیق

- د زده کړې موخې: له محصلینو څخه تمه کېږي تر څو د دې څپرکي په پای کې:
- تبدیل تعریف او توضیح کړي او عناصر او پدیدې تبدیل او سمبال کړي.
  - په عناصرو کې اختلاف تعریف او توضیح کړي، غیرمشابه او بیلاییل عناصر په یوه سټ کې سمبال کړای شي.
  - ترکیب تعریف او توضیح کړي.
  - د ساده ترکیب او بشپړ ترکیب توپیر وکړي.
  - د ترکیب او تبدیل ترمنځ مهم توپیر توضیح کړي.

### تبدیل:

د توپیر لرونکي  $n$  عنصر د ترتیب ټول امکانات د  $S$  په یوه سټ کې په معینو ردیفونو کې د تبدیلولو په نوم یادوي چې د ریاضي په احصاییه کې یو له مهمو او اهمیت وړ محثونو څخه دی. لاندې بیلگو ته پام وکړئ.

۱- غواړو دوه کتابونه چې د  $A$  او  $B$  په تورو ښودل شوي دي په یوې الماری کې د یوبل ترڅنګ کېږدو ددې کار لپاره ممکنه صورتونه عبارت دي له:



د AB او BA له صورتونو څخه هر یو د A او B د دوو تورو د تبدیل په نوم لوستل کیږي. **بیلگه:** د A, B, C درې عنصره د ټاکل شوو ردیفونو په پام کې لرلو سره کیدای شي په لاندې شپږو ډولونو باندې تبدیل او سمبال کړل شي:

$(A, B, C) = ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$

څرنګه چې لیدل کیږي په تبدیل کې د ځای پر ځای کیدو ځای اړین دی، همدارنګه کولای شو تبدیل د S سټ اړوند جوړښت په پام کې لرلو سره په دوو عمده ګروپونو وویشو. **الف-** که د S سټ ټول عناصر منفرد او له یو بل څخه توپیر لرونکي وي، د هغوی تبدیلی عبارت ده له:

$$P_n = n!$$

له دې امله ویلی شو چې د سټ له عناصرو څخه هر منظم او محدود سټ ته تبدیلی وایي. **نوټ-** په دې حالت کې تبدیل د ترتیب (Arrangements) په نوم یادوي چې په حقیقت کې د n څیز راتلل په مرتبه توګه د یو بل په څنګ کې وي. **بیلگه:** د A, B, C او D توري په څو بیلابیلو بڼو د یو بل په څنګ کې ځای په ځای کیدای شي.

$$P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

**ب-** که د S تر سټ پورې اړوند ټول یا یو شمېر عناصر په ورته توکو (په مشابه اجزاو) کې مشتمل وي د n عنصر تبدیل د لاندې فورمول څخه په استفادې سنجش کوو.

$$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

په دې فورمول کې  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$  د هغو توکو (اجزاو) له شمېر څخه عبارت دی چې له یو بل سره ورته یا مشابه وي او د هغوی د ټولو حاصل جمع په n سره مساوي کیږي یعنې:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + \dots + n_k = n$$

**بیلگه:** د AABB توري په څو بڼو تنظیم یا سمبالیدای شي:



$$P_n = \frac{ni}{n_1 i \cdot n_2 i \cdot \dots \cdot n_k i}$$

$$P_n = \frac{4i}{2i \cdot 2i} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{24}{4} = 6$$

بیلگه: AAABB په خو بنو سمبالېدای شي:

$$P_5 = \frac{5i}{3i \cdot 2i} = \frac{120}{12} = 10$$

اختلاف: د S په يوه سټ کې د n عنصر غیر مشابه سمبال يا تنظيم د I په گروپونو کې يو عنصر د معينو رديفونو په پام کې لرلو سره د S سټ د عناصرو د اختلاف په نوم نومول کيږي.

د بيلگې په ډول، کولای شو د S يو سټ A, B, C عناصر په شپږو دوو عنصري گروپونو باندې په لاندې ډول ترتيب او سمبال کړو.

$$(A, B, C) = \left\{ \begin{array}{l} AB \\ AC \\ BA \\ BC \\ CA \\ CB \end{array} \right\}$$

چانس ته د نظر په اختلاف د گروپونو په مکرره توگه څرگنديدل يا ظهور په دوو ډلو ويشل کيږي:

الف- له تکرار څخه پرته اختلاف: دا اختلاف د S يو سټ د ټولو عناصرو له ترتيب څخه د I عنصري په گروپونو کې چې په هغه کې د گروپونو د عناصرو ترتيب په معينو رديفونو کې ممکن دی او هر عنصر يواځې يوځل په گروپ کې د څرگندېدو چانس ولري عبارت دی. که د S سټ د عناصرو شمېر په n او د اړوندو گروپونو د عناصرو شمېر په L وښيو نو د S سټ د n عنصر اختلاف د رياضي له پلوه عبارت دی له:

$$V_{I(m)} = \frac{n_1}{(n-i)!}$$

بیلگه: د ABCD توري په خو درې توريزه گروپونو باندې ترتيب او سمباليدای شي؟

$$V_{3(4)} = \frac{4i}{(4-3)i} = \frac{4i}{1i} = 24$$

بیلگه: يوه څوکۍ يواځې د ناستې څلور ځايونه لري، په خو بنو کېدای شي ۱۰ تنه په نوموړې څوکۍ کښيني؟

$$V_{4(10)} = \frac{10i}{(10-4)i} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6i}{6i} = 5040$$

له تکرار سره اختلاف: له تکرار سره اختلاف د S یوست د n عنصر ترتیب د I عنصری په گروپونو کې دی چې په هغه کې:

- ۱- د گروپونو د ست عناصر د معینو ردیفونو په پام کې لرلو سره ترتیب شوي وي.
- ۲- د S ست هر جوړ شوی یا متشکله عنصر د مکرره څرگندېدو چانس ولري. که N د S ست د جوړو شوو عناصرو شمېر او I د یوه گروپ د عناصرو شمېر وي، نو د S ست د عناصرو له تکرار سره اختلاف د ریاضي له پلوه عبارت دی له:

$$V_{i(m)} = n^i$$

بیلگه: د ABC توري په دوه توریزو گروپونو داسې ترتیب کړئ چې د S ست هر عنصر د مکرره څرگندېدو چانس ولري.

$$V_{2(3)} = 3^2 = 9$$

**ترکیبونه (Combinations):** ترکیب د S یوه ست د عناصرو سمبال د I عنصر په گروپونو کې دی چې په هغه کې د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې رعایت نه شي، ترکیب هم د اختلاف په څېر د گروپونو د مکرره څرگندېدو د چانس په نظر په دوو ډلو ویشل کېږي.

الف- ساده یا له تکرار څخه پرته ترکیب: د یوه ست د عناصرو له ترکیب څخه په I عنصر گروپونو کې دی چې په هغه کې د گروپونو د عناصرو موقعیت په معین ردیف کې رعایت نه شي او د S ست هر عنصر یواځې یوځل د څرگندېدو چانس ولري. د بیلگې په ډول د ABCD څلور توري کولای شو په شپږو دوه عنصری گروپونو او څلور درې عنصری گروپونو په لاندې ډول تنظیم کړو.

|    |    |     |     |     |     |
|----|----|-----|-----|-----|-----|
| AB | AC | AD  | BC  | BD  | CD  |
|    |    | ABC | ABD | ACD | BCD |

که N د S ست د عناصرو شمېر او I د یوه گروپ د جوړو شوو عناصرو شمېر وي، ترکیب د S ست عنصر د N له تکرار څخه پرته د I عنصر په گروپونو کې کولای شو د لاندې فورمول څخه په استفادې لاسته راوړو.

$$C_{i(n)} = \frac{n!}{i!(n-i)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-i+1)}{i!}$$

په دې حالت کې  $i < n$  وي.

خرگنده ده چي:

$$\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} = 1 = \begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}$$

د  $\begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$  د سمبول په ځای د  $C(n, i)$  او  $C_n^i$  او یا  $C \begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix}$  له سمبولونو څخه هم استفاده کېږي. **یادونه:** د تبدیل او ترکیب تر منځ توپیر دا دی چې په تبدیل کې د انتخاب ترتیب په پام کې نیول کېږي په داسې حال کې چې په ترکیب کې د انتخاب ترتیب اړین نه دی. د بیلګې په ډول که وغواړو له دريو تنو محصلينو (یاسمین، فرزانه او سوسن) څخه یوه دوه کسيزه کمیټه جوړه کړو.

د تبدیل له نظره پورتنی بحث د دوو تنو تبدیل یا بدلون د درې تنو له منځ څخه دی او دا بدلونونه (تبدیلونه) عبارت دي له: (فرزانه، سوسن)، (یاسمین، فرزانه)، (یاسمین، سوسن) او سوسن، فرزانه، یاسمین، سوسن، یاسمین خو د ترکیب له نظره (سوسن، فرزانه) او (فرزانه، سوسن) دواړه یوه کمیټه جوړوي یعنې په دې ځای کې د انتخاب ترتیب اړین نه دی.

**بیلګه:** اوه تنه په خپلو منځو کې یو څلور کسيز ګروپ ټاکي. دغه ګروپ په څو بڼو څلور کسيزه جوړېدای شي؟

**ب- بشپړ یا له تکرار سره ترکیب:** له تکرار سره ترکیب د یوه سټ N عنصر په I عنصرګروپونو کې دی چې په هغه کې:

I- د عناصرو ترتیب په معینو ردیفونو کې په پام کې نه وي.

II- د S (سټ) هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

د ریاضي له پلوه کیدای شي د S سټ د N عنصر د ترکیب ټول امکانات د I عنصر په ګروپ کې د هر عنصر د مکرره څرګندېدو چانس په پام کې نیولو سره په لاندې توګه سنجش کېږي:

$$C_{i(n)} = \begin{bmatrix} n+i-1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{(n+i-1)i}{li(n-1)i} = \frac{c^n n+i-1}{c^{n-1} n+i-1}$$

**بیلګه:** د ABCD توري په څو دوه عصري ګروپونو ترکیب کولای شو، خو په دې شرط چې د نوموړي سټ عناصر د مکرره څرګندېدو چانس ولري.

$$C_{2(4)} = \begin{bmatrix} 4+2-1 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{5i}{2i(4-1)i} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3i}{2i \cdot 3i} = \frac{20}{2} = 10$$

## د درېیم څپرکي د مطالبو لنډيز

هغه بيلابيل حالات چې  $n$  شی په مرتبه توگه د يو بل څنگ ته قطار نيولی شي د هغوی د بيلابيلو ترتيبونو په نوم ياديږي او دغه ترتيبونه عبارت دي له :

$$P(n,n) = ni$$

او هغه توپير لرونکي حالات چې  $r$  شی له مختلف  $n$  شی ( $r < n$ ) څخه د يو بل څنگ ته مرتب کيدای شي د  $n$  په  $r$  کې تبديلونو په نوم ياديږي چې د هغوی شمېر عبارت دی له:

$$P(n,r) = \frac{ni}{(n-r)i}$$

که چيرې د  $n$  شی د تبديلونو په شمېر کې څرنگه چې په هغه کې يو  $p$  د دفعه او بل د  $q$  دفعه له اشياوو څخه تکرار شوی وي عبارت دي له:

$$\frac{ni}{Piqi}$$

او که چيرې بيلابيل حالات چې  $r$  شی پرته د ترتيب په پام کې نيولو سره له  $n$  شی څخه بيل انتخاب کيږي د  $n$  شی په  $r$  کې ترکیبونو په نوم ياديږي او د هغوی شمېر عبارت دی له:

$$\left[ \begin{matrix} n \\ r \end{matrix} \right] = \frac{ni}{(n-r)i \cdot r^i}$$

## د درېم څپرکي پوښتنې:

۱- د يوه ټولگي د څلويښتو تنو زده کوونکو له جملې څخه په څو لارو کولای شو درې تنه وټاکو، داسې چې يو تن له هغوی څخه د ریښ په توگه يو تن د منشي او يو تن د غړي په توگه وي؟

يادونه: په پورتنۍ بېلگه کې د عناصرو ترتيب په نظر کې دی.

۲- د شطرنج په يوه سيالۍ کې پنځه تنه زده کوونکي او پنځه لس تنه محصلين گډون کوي، په څو لارو زده کوونکي په دې سيالۍ کې موقعيت نيونه کوي، داسې چې هيڅ زده کوونکی عين نمره لاسته را نه وړي.

يادونه:  $A_{20}^5$

۳- په څو لارو ۱۰ بيلابيل مضمونونه په مهال ویش کې تقسيم بندي کولای شئ. په هغه صورت کې چې په مهال ویش کې هره ورځ ۵ بيلابيل مضمونونه تدریس شي.  
۴- په څو لارو ۴ تنه په يوه مرکب رديف کې د ۴ ميزونو په شاو خوا کې کښيني؟  
۵- يوه کورنۍ درې زامن او دوه لورانې لري.

الف- د هغو لارو شمېر چې هغوی په يوه رديف کې کښيني پيدا کړئ.  
ب- که وغواړو هلکان له يو بل سره او نجونې هم له يوې، بلې سره کښيني پيدا کړئ چې دا کار په څو ډولونو امکان لري.

۶- څو بيلابيل عدده کولای شو د 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 شمېرو سره ترتيب کړو داسې چې:  
الف- په هر عدد کې له هر رقم څخه يو ځل استفاده وشي.  
ب- صفري رقم په کښه خوا کې ځای و نه نيسي.

۷- ثابت کړئ چې:

$$\frac{ni}{(n-1)i} = n$$

۷- د قطعه بازي د ۵۲ قطعو له جملې څخه په څو لارو ۱۳ قطعې ټاکلی شو؟

يادونه:  $C_{52}^{13}$

۸- لاندې افاده ساده کړئ.

$$\frac{C_n^3 \times C_3^2}{C_9^5}$$

۹- په مصنوعي اقمارو کې يوه تنظيم کوونکې عمليه اړينه ده، دا ټيم د مصنوعي قمر له قومندان، لومړی او دويم مرستيال، دوه ميخانيکه او يو ډاکټر او هيټونو څخه مشتمل دی او داسې ټاکل کېږي، درې تنه چې عبارت دي له قومندان او مرستيالان، د ۲۵ تنو له جملې څخه دوه ميخانيکه د ۲۰ تنو انجنيرانو له جملې څخه او يو ډاکټر له ۸ تنو ډاکټرانو څخه په څو لارو کولای شي نيمايي فضانوردان ترکيب کړي.

۱۰- د الجبر له ورته يا مشابه درې کتابونو او د هندسې ورته يا مشابه څلورو کتابونو څخه په څو لارو کولای شو څو کتابه (لږ تر لږه) يو انتخاب شي.

۱۱- څو بيلابيل څلور رقمي عدده کولای شو د ۲،۱،۰ له شمېرو څخه ترتيب کړو، کله چې د شمېرو تکرار مجاز وي.

يادونه:  $A_3^4 - A_3^3$  هغه شمېرې چې صفر د هغه کين لوري ته ځای په ځای کېږي منفي شي.

۱۲- د څلورو رنگونو سور، آسماني، شين او زير په مرسته څو دوه رنگه بيرغه په افقي فيتو سره ترتيب او د BABBY کلمې له کلمې څخه جوړولای شو.

۱۳- د m علامت شمېر هر يو مرکب له اتو بيرغونو څخه په يوه عمودي کرښه کې چې کيدای شي له څلور سرو بيرغونو څخه د تميز يا فرق وړ نه وي، له درې سپينو بيرغونو څخه د تميز وړ نه وي او يو آسماني بيرق جوړ کړو، پيدا کړئ.

۱۴- د پرچون فروشۍ په يوه دوکان کې لس ډوله پست کارتونه شتون لري په څو ډوله کولای شو له ۸ او ۱۲ پست کارتونو څخه ترکيب جوړ کړو په دې شرط چې د کارت په ټاکلو کې تکرار مجاز وي.

## سرچینې او اڅېستنې

- ۱- لکچر نوت کورس مامورین احصایه Basic Statistics Loatse (۲۰۰۹)
- ۲- پوهاند دکتور مراد علی اصیل سال (۱۳۶۵)
- ۳- کلچر نوت ها از پوهنځی اقتصاد سال (۱۳۸۷)
- ۴- اسناد و ارقام مستند از سایت های انترنتی
- ۵- پوهاند غلام سنایی پوهنځیار ذکیه حل مسایل احتمال سال (۱۳۸۶).
- ۶- آذری عبدالرحمن ریاضیات جدید سال (۱۳۷۰).
- ۷- لکچر نوت های کورس مقدماتی نیما سال (۱۳۸۷).
- ۸- موحد حبیب الله تیوری احتمالات سال (۱۳۸۵).

## د ښوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام

د پوهنې وزارت د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت دښوونیز نصاب د انکشاف ریاست د ټولنې دعیني او ښکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلینو او شاگردانو د درسي کتابونو په برخه کې یې تخنیکي او مسلکي رشتې درلودې او لري یې، په لومړي سر کې یې تصمیم ونيو، چې په ښوونیزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بیاکتنه وکړي او ورپسې بیا د شاگردانو او محصلینو د درسي کتابونو د تالیف لپاره مبادرت او کوشښ وکړي. د خدای (ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د ښوونکو په میرانې او همت سره د ادارې او حسابدارۍ درسي کتابونه تالیف شول تر څو په وړیا ډول د شاگردانو او محصلینو په واک او اختیار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابدارۍ د مکاتبو له ښوونکو، گرانو شاگردانو او د تخنیکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصینو او همدا شان له ټولو څېړونکو او شنونکو څخه صمیمانه هیله کېږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي ځل د ښوونکو او د ادارې او حسابدارۍ څانګې د مسلکي غړو له لوري تالیف او تدوین شوي دي. د مسلکي، تخنیکي او علمي مطالبو او مفاهیمو د څرنگوالي په هکله خصوصاً د هغوی املايي او انشايي اشتباهاتو په اړه مونږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړای شو، په همدې او نورو برخوکې گرانو شاگردانو ته له دې څخه ښه، غوره، گټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له گرانو شاگردانو او محصلینو څخه هیله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هیواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والی په نظر کې ونیسي او د کتابونو په ساتنه کې کوشښ او زیار وباسي، ترڅو د ډېرو شاگردانو او محصلینو د گټې وړ وگرځي.

پته: دپوهنې وزارت - د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت د تعلیمي نصاب د انکشاف ریاست - د کتابونو د تالیف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مدیریت.